Sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en 5° grado de educación básica primaria

Task system for variational development of thought in 5 grade of basic education primary

Erwin_maury@hotmail.com, docente de la Universidad del Atlántico, Especialista en Pedagogía de las Ciencias de la Universidad Simón Bolívar, Especialista en Pedagogía para el Desarrollo del Pensamiento Infantil de la Universidad del Tolima, Licenciada en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico y egresado de la Maestría en Educación de la Universidad Autónoma del Caribe.

Erwin Augusto Maury Mancilla

pibirico@gmail.com, Universidad Autónoma del Caribe, Directivo Docente IEDC Octavio Paz, Especialista en Pedagogía de las Ciencias de la Universidad Simón Bolívar y egresado de la Maestría en Educación de la Universidad Autónoma del Caribe. Economista de la Universidad del Atlántico,

Gregorio José Palmezano Sarmiento

sandrojo06@gmail.com, Universidad Autónomas del Caribe, docente Institución Educativa Francisco José de Caldas, Especialista en Pedagogía de las Ciencias de la Universidad Simón Bolívar y egresado de la Maestría en Educación de la Universidad Autónoma del Caribe y Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico

Sandro José Cárcamo Barriosnuevo

Artículo producto de Investigación, Maestría en Educación Universidad Autónoma del Caribe, con la tutoría del Directos PhD Félix Rodríguez Expósito,
Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Holguín, Cuba

Recibido: Mayo 9 de 2012 Aceptado 31 Mayo de 20'12

RESUMEN

Este articulo, surge del trabajo investigativo, acerca de la necesidad de aportar una metodología a los docentes en Educación Básica Primaria, en principio, para la Institución Educativa Distrital Comunitaria IEDC Octavio Paz, que les propicie favorecer el desarrollo del pensamiento variacional a los estudiantes la misma: Se enmarca en un sistema de tareas, que fortalece el trabajo independiente de los estudiantes en su proceso de aprendizaje. El paradigma es empírico analítico; realizándose una indagación de primera fuente, acerca de los conocimientos que los docentes tienen sobre los lineamientos curriculares, las estrategias que emplean para abordar los diferentes tipos de pensamientos, en especial el variacional, y enfocado en el sistema de tareas. Se trabajó con 31 docentes y 48 estudiantes de la asignatura de matemática de los dos cursos del 5to grado, de matemáticas de la Institución mencionada, en el Distrito de Barranquilla, donde el grupo control y el experimental fueron escogidos al azar, para escoger a cuál se le aplicaría el tratamiento novedoso, constituyéndose en un diseño cuasi experimental. El tratamiento consistió en las tareas elaboradas para el desarrollo del pensamiento variacional, las cuales iban incrementándose en complejidad, y mediadas, por las fases de orientación, ejecución y control. Dando como resultado comparativo, el mejoramiento del desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas que impliquen variación y cambio, referidos a deducciones de patrones de variación, interpretación de las variación a través de gráficas, identificación de las variables, cálculo de la magnitud desconocida, y la elaboración de modelos.

Palabras Clave Pensamiento variacional, sistema de tareas.

ABSTRACT

The research arises from the need to provide a methodology to teachers in Basic Education Primary Education Institution in principle for Community District IEDC Octavio Paz, who favors them favor the development of variational thinking students, the same, is part a task that strengthens the independent work of students in their learning process. The paradigm is empirical analytic inquiry carried out first-hand, on the knowledge that teachers have on the curriculum guidelines, the strategies used to address different types of thoughts, especially the variational, and the task system. We worked with 31 teachers and 48 students in the course of the two courses math 5th grade math Community College District Educational Institution Octavio Paz in the District of Barranquilla, where the control and experimental group were chosen at random to be quasi-experimental design. Treatment consisted of the assessments made in developing the variational thinking, which were increasing in complexity, and mediated by the phases of orientation, execution and control. Comparative resulting in applying the methodology to the experimental group, the improvement of student performance in solving problems involving variation and change, related to deductions from patterns of variation, interpretation of the variation through graphic identification variables, calculation of unknown magnitude, and modeling.

Key Words: Variational thinking, system tasks

Introducción

Hay perspectivas que plantean que el proceso de desarrollo del pensamiento matemático, se interpreta de distintas formas, una de ellas, es la siguiente:

Por un lado se le entiende como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por otra, se entiende al pensamiento matemático como una parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y las técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas; finalmente, una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos en el enfrentamiento cotidiano a múltiples tareas. (Cantoral, 2000 P.19)

Desde esta perspectiva, el pensamiento matemático no está enraizado ni en los fundamentos de la matemática ni en la práctica exclusiva de los matemáticos, sino que trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana, y para el desarrollo de las mismas, es necesario enfrentar a los estudiantes a diversas y múltiples tareas.

En las Instituciones de Básica Primaria, desarrollar el pensamiento variacional le permite al estudiante "analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas" (Lineamientos Curriculares del área de Matemáticas, MEN, 2008). Es decir, lo que se quiere es desarrollar en los niños, desde una temprana edad, un tipo de pensamiento que identifique de manera natural fenómenos de variación y cambio; y que ellos

sean capaces de modelarlos y transformarlos, lo que contribuirá a desarrollar procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

De acuerdo con las características descritas en los párrafos anteriores, los autores de este proyecto, plantean que el pensamiento variacional es la capacidad de identificar fenómenos de variación y cambio, para interpretarlos, describirlos, cuantificarlos, modelarlas, transformarlos y predecir sus consecuencias.

Metodología

El universo son los estudiantes de 5to de Educación básica primaria de Barranquilla y la población de interés estuvo representada por estudiantes del 5to grado de matemáticas del colegio Institución Educativa Distrital Comunitaria Octavio Paz en el Distrito de Barranquilla. Su tamaño fue de 48 estudiantes y se abarcó otro componente de interés para la investigación como son los docentes del área de matemáticas de 5to grado. Los docentes que desarrollaban matemáticas participaron todos del cuasi experimento, en total 31 docentes.

El instrumento de la encuesta fue validado por expertos del pensamiento variacional y con experiencia en el Diseño de Instrumentos en la Universidad Autónoma del Caribe y la Universidad Holguín de Cuba.

El proceso para la preparación y desarrollo del cuasi experimento constó de las siguientes fases:

- 1. Diseño y desarrollo de tareas.
- 2. Intervención. Aplicación de tareas.
- 3. Diseño y aplicación de post-test.

El diseño del cuasi experimento, se esquematizó de la siguiente manera:

$$G_{c} \longrightarrow 0_{1}c \longrightarrow 0_{2c}$$

$$G_{E}$$
 O_{1E} X O_{2E}

En donde:

GC: Grupo de control.

GE: Grupo experimental.

01C: Medición aplicada grupo control. Pre-test, el cual va a medir la variable dependiente (nivel de desempeño de los estudiantes). 01E: Medición aplicada grupo experimental. Pre-test, el cual va a medir la variable dependiente (nivel de desempeño de los estudiantes.

X: Tratamiento, clases desarrolladas en el aula aplicando el sistema de tarea, (variable independiente).

02C: Pos-test aplicado al grupo control, mide la variable dependiente (nivel de desempeño de los estudiantes).

02E: Pos-test aplicado al grupo experimental, mide la variable dependiente (nivel de desempeño de los estudiantes).

El protocolo para la observación fue el siguiente:

- 1. Actitud de los estudiantes frente a las tareas.
- 2. Gestos de aprobación o rechazo ante la invitación al trabajo en clases.
- 3. Expresiones verbales y no verbales al acertar o desacertar en la ejecución de las tareas.
- 4. Fluidez en la socialización.

Para determinar la significación de los datos cuantitativos aportados por el diagnóstico y la instrumentación de la estrategia se recurrió al uso de la Estadística Descriptiva.

Por otra parte, el diagnóstico a estudiantes, realizado con la prueba de entrada de contenido, estuvo constituida por los ítems que fueron tomados de diferentes Pruebas Saber, elaboradas por expertos, y que son aplicadas por entidades oficiales (ICFES) a estudiantes de 5º grado a nivel nacional en diferentes años, se encuentran en http://es.scribd.com/doc/15935520/Pruebas-Saber,y www.eduteka.org/pdfdir /SABERMat05Abr2003.php lo cual le otorga validez.

Antecedentes

En relación con las investigaciones sobre el desarrollo del pensamiento variacional, Romero (2009) señala que el proceso de enseñanza aprendizaje que se da en la educación matemática, ha sido objeto de estudio sistemático por la comunidad científica, sin embargo, el estudio de la variación en el discurso matemático escolar es casi nulo o podría decirse que no existe en su enseñanza, ya que se privilegia el estudio de los conceptos como: límite, derivada, funciones entre otros que deben estar fuertemente estructurados al conocimiento del estudiante. Esto hace que se privilegie una actividad matemática de algoritmos y

procedimientos que oscurecen el pensamiento de lo que cambia. Esto ha restringido el desarrollo de un pensamiento y lenguaje variacional, y por lo tanto que muchos estudiantes no posean las estructuras y códigos variacionales para desarrollar dicho pensamiento.

Igualmente, Reséndiz (2005), en su proyecto de investigación, en la educación superior, *La Variación y las Explicaciones Didácticas de los Profesores en Situación Escolar*, cita a varios autores relacionados con investigaciones realizadas en el campo de la Educación Matemática (García, 1998; Zubieta, 1996; Ávila, 1996; Hoyos, 1996; Cantoral, 1992; Artigue, 1991) quienes afirman que los estudiantes tienen fuertes dificultades al enfrentarse a situaciones que exigen algún tipo de estrategia variacional.

Otras investigaciones que merecen destacarse, a nivel nacional, son las que realizaron el colectivo "Pensamiento Matemático", auspiciada por la Universidad de Sucre de Sincelejo, y un grupo de investigadores de la Universidad de Antioquia.

En relación a la primera investigación - la de Reséndiz- los investigadores proponen unas estrategias para potenciar el pensamiento variacional en estudiantes de $8^{\rm o}$ y $9^{\rm o}$ grado a través de situaciones problemas de diversos contextos con el propósito de explorar y potenciar el pensamiento variacional.

Las dificultades detectadas en los estudiantes fueron: "determinación de las cantidades (variables y constantes) que intervienen en la situación, establecer relaciones de dependencia entre las variables, generar datos que debían consignar en una tabla, determinar los intervalos de variación de las variables, explicar los procedimientos utilizados para dar solución a las preguntas planteadas" (Revista Asocolme, 9º Encuentro de Colombiano de Matemática Educativa, octubre 2008, p. 4).

En la segunda investigación,- la auspiciada por la Universidad de Sucre- , el grupo de investigadores de la Universidad de Antioquia elaboraron y aplicaron una propuesta de intervención Didáctica que utiliza situaciones de variación y cambio, para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes de $4^{\rm o}$ a $8^{\rm o}$ grado.

Esta investigación se realizó en dos comunidades académicas (Héctor Abad Gómez y el Colegio Mano Amiga), en su proceso de aprendizaje de las matemáticas, en donde se identificaron "la ausencia de la enseñanza del Pensamiento Variacional desde los primeros grados de escolaridad" (Amaya, L et al, 2008, p.2) en una publicación de la Revista Asocolme, 9º Encuentro de Colombiano de Matemática Educativa, octubre 2008,

Dentro de los hallazgos relevantes, el equipo de la investigación, plantea que:

Con base en la revisión bibliográfica realizada, se concluye que la enseñanza de las situaciones de variación y cambio no se tiene en cuenta desde los primeros años de escolaridad, a pesar que el currículo en matemáticas suministra elementos y herramientas que posibilitan la enseñanza del Pensamiento Variacional como eje transversal en los demás pensamientos matemáticos. El lenguaje matemático aplicado a diferentes fenómenos (en especial aquellos que tienen que ver con situaciones de variación y cambio), y aspectos de la realidad, es un instrumento eficaz que ayuda a comprender mejor el entorno que rodea a los estudiantes y a visualizar objetivamente un mundo en continua evolución (Amaya, L et al, 2008, p.4)

Estas investigaciones muestran que los estudiantes, tanto de la educación Básica como de la Media, e inclusive de la Educación Superior, presentan dificultades para aplicar el pensamiento variacional en la resolución de problemas que tienen que ver con variación y cambio. Además, como afirman un grupo de investigadores de la Universidad Nacional del Litoral de Argentina, "durante la escuela media, no se favorece demasiado el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, base para la comprensión de los conceptos de la matemática de la variación y el cambio" (Revista ALME, volumen 23, año 2010, p. 227).

En relación con la consulta realizada, se observa que ha existido preocupación por diferentes especialistas en investigar la manera en que los docentes y estudiantes enseñan y aprenden a desarrollar el pensamiento variacional respectivamente. E inclusive dentro de los lineamientos curriculares del área de Matemática se plantean algunas estrategias que los docentes pueden utilizar para estimular el pensamiento variacional. Sin embargo, las propuestas planteadas, cuyas mayorías están dirigidas a estudiantes de Educación Básica y Superior, no presentan estrategias con carácter sistémico, como las del sistema de tareas, que propendan por desarrollar el pensamiento variacional.

Referentes Teòricos

Se considera que es necesario revisar las concepciones de enseñar la resolución de problemas, en procura que el estudiante deje de ser un agente pasivo en el proceso de enseñanza – aprendizaje, para que cuando se enfrenta solo al problema sepa como abordarlo, y no esté "amarrado" a la explicación del docente, es decir, con una metodología donde el docente le desarrolle al estudiante la habilidad para trabajar independientemente. En este sentido, como lo manifiesta Concepción y Rodríguez, (2005) "lograr una posición activa del alumno requiere, entre otras, que éste se implique en tareas de trabajo independiente para favorecer su independencia cognoscitiva", por lo tanto, el docente debe proponerle al estudiante trabajo independiente para que "adquieran y perfeccionen los conocimientos y formen interés hacia la asignatura" (Concepción y Rodríguez, 2005).

Una forma de conseguir la independencia cognoscitiva del estudiante es a través de la tarea escolar, ya que según Concepción y Rodríguez, (2005), ella "constituye el núcleo del trabajo independiente de los estudiantes. El profesor elabora la tarea,

la orienta y la controla, como medio de enseñanza. El alumno la resuelve como medio de aprendizaje".

V. V. Davídov señala que "(...) el dominio por parte de los escolares del procedimiento teórico generalizado de solución de cierta clase de tareas concretas particulares, constituye la característica sustancial de la tarea docente" (Davídov, V. V., 1987, p. 15). Con ello, destaca la funcionalidad de la tarea docente como medio para aprender a resolver determinadas tareas concretas particulares, que podrían ser, por ejemplo, problemas propios de determinado contexto. O sea, las tareas docentes son vistas por este autor como medio para la construcción del sistema cognitivo—instrumental necesario para la resolución de problemas, propios de determinado contexto.

Autores como Silvestre, M. (2000); Zilberstein, J. y Silvestre, M. (2000); Zilberstein, J. y Portela, R. (2002), por su parte, consideran las tareas docentes "(...) como aquellas actividades que se orientan para que el alumno las realice en clases o fuera de esta, implican la búsqueda y adquisición de conocimientos, el desarrollo de habilidades y la formación integral de la personalidad" (Silvestre, 2000, p. 35).

En este sentido, la tarea escolar es una herramienta de la cual se debe apropiar el docente para llevar a cabo el proceso de enseñanza, y si el estudiante se motiva a llevarla a cabo, se convierte en una herramienta de aprendizaje, es decir, es una herramienta mediadora entre la tríada docente-contenido-estudiante; en consecuencia, con la tarea escolar, tanto el docente como el estudiante adquieren protagonismo en el proceso educativo, ya que el primero debe elaborarla, orientarla y controlarla; y el segundo debe resolverla para adquirir conocimiento, habilidades y valores.

Al sistematizar los referentes teóricos señalados anteriormente, las experiencias de los investigadores sobre el tema y los resultados del diagnóstico inicial mediante encuestas a docentes y prueba de entrada de contenido realizadas a los estudiantes de cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa Distrital Comunitaria Octavio Paz del Distrito de Barranquilla así como la observación a clases de Matemática por los investigadores, se encontró que existen dificultades en la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, que repercuten negativamente en la formación de los estudiantes, dentro de las que se encuentran:

Diagnósticos

Los resultados de las encuestas aplicadas a los estudiantes del 5to grado de matemáticas del colegio Institución Educativa Distrital Comunitaria Octavio Paz en el Distrito de Barranquilla y las aplicadas a los docentes, se describen y analizan a continuación:

Con relación a los estudiantes

 Se observan las limitaciones generales para solucionar problemas relacionados con el pensamiento variacional a tal punto que el 9,09% no acierta en la solución efectiva en un solo problema del test aplicado y el 81,82% aciertan en menos del 50%. Es significativamente bajo el desempeño de los estudiantes en estos aspectos.

- Solo el 18,18% de los estudiantes aprueban el test aplicado y de estos el 50% con el denominado desempeño básico 60% en escala de 1 a 10.
- Las insuficiencias que poseen en los problemas que implican variación y cambio son profundas sobre todo cuando involucran fracciones.

Con relación a los profesores

- Escaso conocimiento efectivo de los lineamientos curriculares de matemáticas y específicamente en lo relacionado con el pensamiento variacional.
- Tareas elaboradas por ellos para que ejecuten sus estudiantes, en un alto porcentaje no contextualizan los contenidos de Matemática.
- Insuficiencia didáctica para la elaboración de tareas que contienen situaciones problémicas que involucran pensamiento matemático general y variacional en particular.
- · Los docentes no distinguen entre tarea y problema.
- Persisten prácticas de estrategias sin enfoque sistémico.
- No se evidencian una estrategia concreta que favorezca el desarrollo del pensamiento variacional.

De acuerdo con los resultados del diagnóstico anterior se puede concluir que:

- Los estudiantes no identifican patrones de variación con operaciones de suma y división, incluso cuando la situación se presenta con figuras.
- Presentan mayor acierto cuando el análisis de la variación se desprende de una gráfica.
- Identifican las variaciones cuando la tarea presentada es por modelo, Incluso cuando se trata de figuras.
- No identifican las variaciones en situaciones que involucran fracciones.
- Se les dificulta resolver problemas de covariación.

El diagnóstico anterior muestra que los estudiantes tienen dificultades para identificar variación en las diferentes situaciones que se les presentan. Por lo tanto, el bajo nivel de desempeño de los estudiantes en la solución de ejercicios y problemas que implican variación y cambio requiere un tratamiento que apunte no sólo a elevar este nivel de desempeño sino a forjarle como ser autónomo.

Se considera que los docentes no están preparados para diseñar tareas que con enfoque sistémico desarrollen habilidades, conocimientos, valores en relación con el pensamiento variacional. Los lineamientos y estándares así lo presentan pero faltan

herramientas didácticas para materializarlos. Además falta entrenamiento del pensamiento de los estudiantes para detectar variaciones, hacer consciente el análisis de cambio, relacionar los conceptos matemáticos con hechos de su realidad cotidiana.

En consecuencia, tanto docentes como estudiantes pueden mejorar sus niveles de desempeño en la medida que los primeros replanteen su quehacer pedagógico, analizando mejor el contexto y adecuando procedimientos que posibiliten mayores grados de independencia cognoscitiva de los estudiantes y sobre todo que genere autoconfianza en ellos. Por otro lado, se pueden emprender caminos que derriben los mitos de la "dificultad de las matemáticas" y hacer más productivo el proceso de enseñanza aprendizaje de las mismas. Por último, es menester el análisis permanente de los lineamientos curriculares para que se reorienten constantemente los procesos a que estos apuntan y la cualificación conceptual y teórica de los docentes sobre todo en lo relacionado con estrategias, técnicas y métodos de que se vale la didáctica para mayor efectividad de la enseñanza matemática y más específicamente para el desarrollo del pensamiento variacional.

Construcción del sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional aplicado a los estudiantes del grupo experimental

Cuando las tareas se organizan sobre la base de principios y requisitos encaminados a desarrollar el pensamiento variacional y las habilidades inherentes a él se obtiene el correspondiente sistema de tareas.

Los principios que orientan el sistema que se proponen en la presente investigación son:

- Principios de coherencia curricular: hace referencia a que las tareas contempladas en el sistema han de estar en armonía con los propósitos de los lineamientos curriculares y de los estándares básicos de competencia.
- Principio de transversalidad: Por la misma naturaleza del pensamiento variacional, que transversaliza todos los tipos de pensamiento matemáticos, el sistema de tareas está conformado por un conjunto de problemas que abarcan los diversos tipos de pensamiento, de conformidad con los estándares.
- Principio de progresividad: las tareas están elaboradas progresivamente de tal manera que posibiliten el desarrollo sucesivo de habilidades de los estudiantes.
- **Principio de complejidad** (Concepción y Rodríguez, 2005): las tareas del sistema se presentan aumentando su grado de complejidad de tal manera que contribuya a que el estudiante adquiera independencia cognoscitiva.

El sistema de tareas elaborado debe cumplir los siguientes requisitos:

- Debe adecuarse a los contenidos contemplados para el grado 5º
- El nivel de complejidad debe aumentar en la medida en que aumentan los conocimientos del estudiante según diagnóstico permanente.
- Debe favorecerse el diálogo, la reflexión y el debate de los procedimientos realizados para hallar los resultados entre los estudiantes y el docente a través de una socialización dinámica.

Los principios fueron aplicados en el diseño de las tareas lo cual se evidencia así:

Para cumplir el primer principio se tuvo en cuenta las directrices que se plantean en los lineamientos curriculares del área de Matemáticas.

El segundo principio, el de transversalidad, se cumple porque se incorpora en el sistema tareas relacionadas con el pensamiento numérico, espacial y métrico.

El tercer principio se evidencia cuando una tarea contiene elementos que son prerrequisitos para las siguientes.

El cuarto principio se cumple porque además de integrar los conocimientos y habilidades las tareas exigen una mayor actividad e independencia cognoscitiva de los estudiantes para resolverlas.

Para el cumplimiento de los requisitos, las tareas correspondientes a cada grupo de subsistemas se seleccionaron de forma tal que respondan al contenido de 5º grado. Se incrementó la complejidad de las tareas en la misma medida en que aumentó el nivel de conocimiento. Por último las tareas se diseñan de tal forma que generen debate que conlleva a darle sentido y significado al concepto de variación y cambio.

Este sistema de tareas se organiza teniendo en cuenta la estructura conocimientos, habilidades, tareas y tipo de tareas, y se le ha incluido una columna que muestra la categoría de variación. Además se ha tenido en cuenta, para su diseño, los momentos que propone Vasco para desarrollar el pensamiento variacional:

- Percepción de variación y cambio de la realidad: se puede notar que en todas las tareas propuestas se inicia con una pregunta en donde el estudiante debe dar razón de la variación percibida, realizando una explicación o descripción escrita de cómo varía la(s) variable(s) objeto(s) de estudio.
- Producción de modelos mentales: en este momento el estudiante, después de haber percibido las variaciones y regularidades presentadas en la situación problema, trata de crear una regla o un patrón que modele dicha situación.

3. Aplicación de los modelos mentales: después de elaborar los modelos que representan la situación problema, aplica dicho modelo para el cálculo del cualquier término desconocido que se le pida hallar. Comparación de los resultados obtenidos con los procesos modelados: por último se comparan los resultados obtenidos en la aplicación de los modelos con los procesos que se están modelando, por ejemplo las tareas

La matriz en donde se diseñó el sistema de tareas está formada por cuatro columnas. En la primera columna se destacan los conocimientos y las habilidades que el estudiante debe desarrollar en el momento de resolver la tarea. En la segunda columna, se plasma la categoría de variación que se somete a estudio. En la tercera columna, se plantea la tarea como tal, las cuales deben ser resueltas por el estudiante al momento de desarrollar la actividad. La cuarta columna indica el tipo de tarea de acuerdo a la estructura cognoscitiva del estudiante y al tipo de clases en donde ellas se desarrollen.

La siguiente tabla representa la estructura anterior mencionada:

Figura 1. Matriz guía inicial para el sistema de tareas

CONOCIMIENTO/ HABILIDAD	CATEGORIA DE VARIACIÓN	TAREA	TIPO

Fuente: Elaborado por los autores

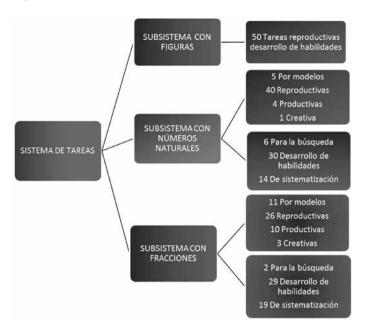
El sistema de tareas está compuesto por tres subsistemas:

- Para el desarrollo del pensamiento variacional con figuras, que consta de 50 tareas de tipo reproductivo para el desarrollo de habilidades.
- Para el desarrollo del pensamiento variacional con números naturales, conformado por 50 tareas, de las cuales 5 son por modelos; 40, reproductivas; 4, productivas y una creativa. Además de éstas hay 6 para la búsqueda, 30 para el desarrollo de habilidades y 14 para sistematización
- Para el desarrollo del pensamiento variacional con fraccionarios, integrado por 50 tareas, de las cuales 11 son por modelos; 26 reproductivas; 10 productivas y 3 creativas. Además de éstas hay 2 para la búsqueda, 29 para el desarrollo de habilidades y 19 para sistematización.

Metodología para la aplicación del sistema de tareas

La organización de las tareas para el desarrollo del pensamiento variacional se diseñó teniendo en cuenta los estándares básicos de competencia del área de Matemáticas y el programa de 5º grado de Educación Básica, de donde se seleccionaron los conocimientos y habilidades que se desarrollarán con el sistema de

Figura 2. Esquema de modelaje conceptual para el Sistema de Tareas



tareas. Se tuvo en consideración que los estudiantes al terminar el 5º grado, de acuerdo a los Estándares Básicos de Competencia del área de Matemática, deben ser capaces de:

- Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos
- Predecir patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Representar y relacionar patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Analizar y explicar relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.
- Construir igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos

Los sistemas numéricos usados para la resolución de los ejercicios y problemas fueron los números naturales y las fracciones y se utilizaron 13 horas clases,

Además de utilizaron secuencias numéricas y de figuras para el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de $5^{\rm o}$ grado de Educación Básica Primaria.

Para el desarrollo de las clases, las cuales fueron 8 en total, se sugiere la siguiente metodología:

- · Titulo de la clase
- · Objetivo general
- Aspectos fundamentales de la clase
- Conocimientos y habilidades a desarrollar
- Sugerencias para el desarrollo de la clase
- Tareas para resolver en casa

Uno de los momentos fundamentales del desarrollo del sistema de tareas lo constituyó las clases para iniciar la formación del concepto de cambio o variación, el cual se inicia a partir de la observación y descripción de la variación de una secuencia de números y figuras, pasando por las variaciones representadas en tablas y gráficas y terminando en el análisis de problemas que involucran variaciones de magnitudes directamente proporcionales incluyendo la elaboración de ecuaciones que relacionen las magnitudes involucradas en el problema.

La primera clase realizada fue con el tema de variación y cambio correspondiente a la unidad $N^{\rm o}$ 5 del programa de Matemáticas de $5^{\rm o}$ grado. Posteriormente se desarrollaron las clases siguientes hasta finalizar con la tarea de ejercitación

Como ejemplo, se presenta una de las tareas aplicadas, que conformaron parte del tratamiento para el grupo experimental:

CLASE 5: Variación directa.

Las clases 5 y 6 pertenecen al tema de magnitudes directamente proporcionales que corresponden a la unidad $\rm N^o$ 7del programa de Matemática de 5° grado.

OBJETIVO GENERAL: Describir las variaciones que experimentan las magnitudes involucradas en una situación problema y representarlas en una tabla de datos y en un plano cartesiano. Resolver problemas que involucren variaciones directamente proporcionales.

TIEMPO: 2 horas clases.

ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA CLASE: Identificar las variaciones presentadas en las magnitudes. Redactar una descripción de las variaciones percibidas. Elaborar una tabla con las magnitudes involucradas en el problema. Construir tablas y gráficas en el plano cartesiano, de situaciones que involucren variaciones directas. Percibir e identificar las regularidades. Formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón dado en una situación problema.

Habilidades a desarrollar:

- Identificar la magnitud(es) que varía(n) en una situación problema.
- Interpretar variaciones representadas en tablas y en el plano cartesiano.
- Graficar variaciones en el plano cartesiano y en tablas.
- Reconocer cuando una variación es directamente proporcional
- Determinar la ecuación que relaciona dos magnitudes directamente proporcionales.
- Resolver problemas que involucren variaciones directas.

Recomendaciones para el desarrollo de la clase:

Una semana antes de iniciar esta clase, el docente les pide a los estudiantes que consulten en la tienda escolar el número de gaseosas vendidas durante cada día de la semana y consignen los datos obtenidos en una tabla como la siguiente:

Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Número de					
gaseosas vendidas					

Diagramado por los autores

El día de la clase el docente inicia revisando la tarea propuesta en la clase anterior y después de aclarar las dudas y corregida la tarea, enfatiza en la importancia de usar las tablas, que es un conjunto de filas y columnas que contienen datos relacionados, y las gráficas de barras, las cuales son herramientas fundamentales para organizar y analizar la información.

Estas formas de organizar la información ponen en evidencia los aspectos que se desean mostrar y resaltan las comparaciones que quieren hacerse notar. Además permite manejar mejor la información y facilita resolver las operaciones.

Posteriormente les pide a los estudiantes que los datos obtenidos en la tabla lo lleven a una gráfica de barras, colocando en la línea horizontal los días de la semana y en la vertical el número de gaseosas vendidas:

De acuerdo a la gráfica resultante, responda las siguientes preguntas:

- 1. ¿Qué magnitudes se están relacionando en este problema?
- 2. ¿Qué día se vendió más gaseosa?
- 3. ¿Cuántas más con respecto al día en que se vendió menos gaseosas?
- 4. ¿En qué días se vendieron la misma cantidad de gaseosas?
- 5. ¿Cuántas gaseosas más se vendió el miércoles con respecto al martes?
- 6. ¿Cuántas gaseosas se vendieron durante la semana?
- 7. ¿De cuánto fue la variación en ventas de gaseosas entre el jueves y el viernes?
- 8. Si cada gaseosa cuesta \$1.000, ¿De cuánto fue el ingreso en la tienda escolar durante cada día de la semana? Explique el procedimiento que hizo para conseguir el resultado.
- 9. Entre más gaseosas venda, ¿más dinero o menos dinero ingresará a la tienda?
- 10. Entre menos gaseosa venda, ¿más dinero o menos dinero ingresará a la tienda?
- 11. ¿Qué magnitudes se están relacionando en las dos preguntas anteriores?
- 12. ¿Cuánto dinero más ingresó a la tienda el día viernes con respecto al martes?

- 13. ¿Cuánto dinero ingresó a la tienda durante la semana? Explique el procedimiento utilizado para hallar la respuesta.
- 14. ¿Se podría predecir la cantidad de dinero que ingresaría a la tienda si en dos días se vendieran 135 gaseosas?, ¿cuánto dinero ingresaría? Explique en su cuaderno el procedimiento utilizado para hallarlo.
- 15. Si en una semana se venden *n* gaseosas, ¿qué procedimiento usaría para saber cuánto dinero ingresó a la tienda? ¿podrá utilizar una fórmula para saber la cantidad de dinero que ingresó a la tienda?

Es importante que el docente haga énfasis en que el estudiante identifique cuáles son las magnitudes que están relacionadas y que experimentan la variación.

Cabe que señalar que en este ejercicio lo que se quiere es que el estudiante perciba la variación en la cantidad de dinero ingresado a la tienda escolar a medida que varía la cantidad de gaseosas vendidas en los diferentes días de la semana.

Tarea para desarrollo en casa:

Después de haber socializado las respuestas y aclarar las dudas presentadas, se les propone a los estudiantes las siguientes tareas para realizar en casa:

- 1. Defina magnitudes directamente proporcionales.
- Realizar las tareas números 68 y 69 propuestas en el sistema de tareas.

Resultados y analisis

Después de desarrollada las siete clases con los estudiantes, se procedió a aplicarles una clase de ejercitación que procurara desarrollar las habilidades propias del pensamiento variacional. Esto dio como resultado la siguiente tabla:

Al considerar los resultados del diagnóstico aplicado a los estudiantes y confrontarlos con el desempeño de los mismos, una vez aplicadas las clases según la metodología del sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional, sustentado y diseñado en la presente investigación se puede apreciar lo siguiente:

es significativo el aumento de los porcentajes en el post-test en comparación con los resultados obtenidos en el pre-test, como se puede observar en la tabla, en relación a las categorías analizadas. Se observa como los estudiantes presentan un cierto avance en la resolución de las tareas presentadas, desde la deducción de patrones de variación hasta la elaboración de modelos, aunque en ésta última todavía presentan pequeñas dificultades. Lo que se hizo notorio fue que los estudiantes utilizaban más el lenguaje del pensamiento variacional tratando de cuantificar mucho mejor la situación presentada.

CATEGORIAS	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL			
	PRE-TEST	POS-TEST	PRE-TEST	POS-TEST		
Deducción de patrones de variación	40%	50%	40%	100%		
Identificación de las variables	30%	70%	30%	100%		
Interpretación de la variación a través de gráficas	60%	90%	60%	100%		

30%

40%

Figura 4. Tabla comparativa porcentual de resultados entre grupo contril y experimental

Fuente: Los autores

Elaboración de modelos

Es importante resaltar que dentro de la fase de control, la correspondiente a la etapa de reflexión, los estudiantes se mostraron más participativos y les permitió aclarar muchas dudas y avanzar en el proceso de aprendizaje.

Cálculo de la magnitud desconocida

También en la tabla se observa el avance de los estudiantes del grupo experimental con respecto al grupo control.

Conclusiones

Después del proceso de documentación teórica, el diseño y la aplicación del sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de 5° grado se destacan las siguientes conclusiones:

- 1. El sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de 5° de Primaria es una metodología útil para el desarrollo de todos los tipos de pensamiento matemático, porque los articula transversalmente y requiere para su aplicación habilidades que implica el empleo de las operaciones matemáticas consideradas tradicionalmente básicas y los diferentes sistemas numéricos.
- 2. El sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de 5° de primaria puede aplicarse independientemente de los estilos de aprendizaje de los estudiantes y los estilos de enseñanza de los docentes, porque no es una metodología rígida y favorece el uso de diferentes técnicas, herramientas y procesos.
- 3. La metodología propuesta armoniza con cualquier modelo pedagógico y enfoque que desarrollen las instituciones educativas no solo por carácter sistémico sino también porque los principios y requisitos no riñen en lo sustancial con modelo alguno. Éste es un valor muy significativo de la propuesta porque no requiere hacer profundos ajustes en la manera como esté estructurado el currículo de cada institución, lo cual minimiza las resistencias.

4. La fase que debe reforzarse más en la resolución de las tareas escolares es la de control porque en ella se puede evidenciar el desarrollo de la habilidad y la competencia planteada como también la aplicación crítica de los conocimientos que se están adquiriendo en conexidad con los adquiridos además, esto permite reducir los errores de cálculo que muchas veces ocurren por la tendencia a la ejecución.

30%

40%

100%

80%

5. El sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de 5° de primaria eleva el nivel de desempeño en las pruebas que presenten los estudiantes como lo demuestran los diferentes resultados del tratamiento aplicado en los que demuestran los avances de los estudiantes.

Recomendaciones

80%

40%

Teniendo como base los resultados de la presente investigación se presentan las siguientes recomendaciones.

- 1. Desarrollar sistemas de tarea para el mismo grado en las demás áreas del saber, en dos fases una primera que comprenda las áreas de lengua castellana, ciencias naturales y sociales y una segunda fase que contemple idioma extranjero y las demás asignaturas como educación física, artística, ética y valores, educación religiosa, tecnología, entre otras, desde una perspectiva transversal.
- 2. Desarrollar sistemas de tareas para la enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas en los grados precedentes no solamente para que el sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional tenga más rapidez y productividad en su aplicación sino para que el estudiante vaya adquiriendo gradualmente las competencias necesarias con la minimización de la animadversión a las matemáticas que generan las creencias populares por las declaratorias de que son muy difíciles.

- 3. Se recomienda articular un sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional en la institución que se aplicó la propuesta desde tercer grado de educación básica primaria y una vez se hayan comparado los resultados históricos en diversas pruebas externas, se diseñe un sistema para los grados de la básica secundaria y la media.
- 4. La fase que debe reforzarse más en la resolución de las tareas escolares es la de control porque en ella se puede evidenciar el desarrollo de la habilidad y la competencia planteada como también la aplicación crítica de los conocimientos que se están adquiriendo en conexidad con los adquiridos además, esto permite reducir los errores de cálculo que muchas veces ocurren por la tendencia a la ejecución.
- 5. Para la aplicación en diferentes instituciones se recomienda ajustar el sistema de tareas diseñado con base no solo al modelo pedagógico sino también contextualizarlo con el enfoque aplicado y las características del currículo atendiendo a los principios y criterios que soportan el sistema de tareas para el desarrollo del pensamiento variacional.
- 6. El sistema de tareas debe reformularse permanentemente a medida que las instituciones se apropian más de la enseñanza basada en los estilos de aprendizaje, las transformaciones en la caracterización sicológica de los diferentes grupos de edades y las recontextualizaciones del P.E.I. (Proyecto Educativo Institucional).
- 7. Se recomienda diseñar in sistema de tareas interactivo que pueda subirse a una plataforma para trabajo on-line con predominancia sincrónica.

Referencias

- AMAYA, L y otros, Revista Asocolme, Memorias Noveno Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Estrategias didácticas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional. Octubre 2008.
- CANTORAL Ricardo y otros, Desarrollo del Pensamiento Matemático. Editorial Trillas. Año 2000
- CASTAÑO Noreña Luz Faride y otros, Las situaciones de variación y cambio como herramienta para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático desde los primeros grados de escolaridad. Comunicación presentada en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/831/. Noviembre de 2011
- CONCEPCIÓN García, María Rita y RODRIGUEZ Expósito, Félix. El rol del profesor y sus estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje. Ediciones Holguín 2005

- CHAUCANÉS, Alfonso; Escorcia, Jairo; Amaya, y otros. Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento variacional. Taller realizado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia. Disponible en: funes.uniandes.edu.co/944/. Julio de 2011.
- DE FARIA Campos Edison, Algunas reflexiones sobre resolución de problemas en matemáticas. Acta Latinoamericana De Matemática Educativa Volumen 21 2008.
- DÍAZ BARRIGA Arceo, Frida y HERNÁNDEZ Rojas, Gerardo. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. Edit. McGraw Hill. México, 1998. pág. 35.
- DÍAZ Leonora Profundización en los entendimientos estudiantiles de variación. Revista latinoamericana de innovación en matemática educativa. México 2005. Disponible en: http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33560203.pdf. Febrero de 2012.
- Estándares curriculares área matemáticas. © ASOCIACIÓN CO-LOMBIANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, ASOCOLME. Primera edición, 2002.Grupo Editorial Gaia. Disponible en:http://funes.uniandes.edu.co/746/. Febrero de 2012.
- MARTÍNEZ Llantada, Marta. Calidad Educacional. Actividad pedagógica y creatividad. Edit. Academia La Habana, 1998. Pág. 68.
- MONTOYA, Nidia; Gallego, Diana; Miranda, Natalia (2008). El desarrollo del pensamiento variacional Y la formulación de problemas en los grados 2°, 3°, 4° y 9° de la educación básica. Comunicación presentada en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia. Disponible en: funes.uniandes.edu. co/818/ Febrero de 2012.
- ORTIZ Ocaña, Alexander Luis. Aprendizaje creativo y juegos didácticos: dos aliados en las instituciones educativas. Edit. Antillas Barranquilla, 2004, pág. 6
- RESÉNDIZ, Balderas Evelia, La variación en las explicaciones de los profesores en situación escolar. Acta Latinoamericana De Matemática Educativa Volumen 19. 2005. Disponible en: biblioteca.cinvestav.mx/indicadores/texto_completo/.../135997_1.pdf.Febrero de 2012.
- RESNICK, Lauren B. y KLOPFER Leopold, E. Currículum y cognición. Edit. Aique, Buenos Aires, 1989 pág. 25.
- ROMERO I. Pablo y otros, Pensamiento Hábil y creativo. Editorial Redipace, 2003.
- VASCO Carlos E. El pensamiento variacional y la modelación matemática. Disponible en: pibid.mat.ufrgs.br/2009.../ pensamento_variacional_VASCO.pdf consultado en abril de 2012.