

# Competencias Matemáticas, Expectativas de Aprendizaje y Enculturación Matemática

## Mathematics, expectations of learning and Enculturation mathematical competences

**Bernardo García Quiroga**

*Doctor en Ciencias Pedagógicas por el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas de la Habana, Cuba Profesor investigador titular de la Universidad de la Amazonia. Florencia, Caquetá. Colombia). bgarciaquiroya@hotmail.com*

*..los significados de las matemáticas escolares y las competencias que ellas pretenden promover, se constituyen en un campo de práctica social.  
(P. Valero, 2012)*

**Para citar este artículo:** García, B. (2015).. Competencias matemáticas, expectativas de aprendizaje y enculturación matemática Escenarios, 13(1) , pp. 22-33  
DOI: <http://dx.doi.org/10.15665/esc.v13i1.549>

*Recibido: Enero 9 de 2015  
Aceptado: marzo 11 de 2015*

### RESUMEN

Este artículo de investigación del proyecto “Desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de educación básica y media del departamento del Caquetá” aprobado y patrocinado por la Universidad de la Amazonia, desarrolla la perspectiva didáctica de las competencias matemáticas a partir de dos expectativas de aprendizaje: a) a corto plazo: las tareas matemáticas y sus objetivos y b) a largo plazo: el desarrollo de las competencias matemáticas. Esta segunda se instala en un proceso de naturaleza compleja, dinámica y prolongada que implica para el estudiante: resolver tareas y desarrollar procesos matemáticos con niveles de complejidad crecientes; comunicar y sustentar sus procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción. El estudiante, en su actividad matemática de aprendizaje se relaciona con las representaciones, conceptualizaciones, lenguaje, estructuras e historia propios de la cultura matemática. Ello, según Bishop (1999), es un proceso de enculturación matemática porque se ocupa, esencialmente, de una manera de conocer y comunicar en y con las matemáticas. Esta complejidad se focaliza en cómo articular las dos expectativas de aprendizaje para promover el desarrollo de las competencias matemáticas del estudiante como proceso de enculturación; evidenciar esta complejidad en la enculturación es el propósito de este artículo. Se concluye que las competencias matemáticas, requieren un enfoque, no son solo en el mundo de lo cognitivo, sino que hace falta ubicarla en contextos socio culturales, donde no se tenga solo una concepción eficientista de las competencias, centrada en el “saber hacer” mecanicista.

**Palabras Clave:** competencias matemáticas, tareas matemáticas, procesos matemáticos, enculturación matemática, actividad matemática de aprendizaje.

## ABSTRACT

*This article develops the didactic perspective of mathematical competencies from two learning expectations: a) Short-term expectations: mathematics homework and its objectives and b) Long-term expectations: developing mathematical competencies. The second expectation moves into a complex, dynamic and long process in which students must: solve tasks and develop mathematical processes with growing levels of complexity; communicate and justify their cognitive, affective and tendency of action processes. Then, in mathematical activity of learning, students relate to representations, conceptualizations, language, structures and history of the mathematics culture itself. According to Bishop (1999) this is a process of mathematical enculturation since it deals essentially with a way to know and communicate in and with mathematics. Said complexity focuses on how to join both learning expectations to foster the development of students' mathematical competencies as an enculturation process. The purpose of this article is to demonstrate such complexity, mathematical competencies, mathematics homework, mathematical processes, mathematical enculturation, mathematics learning activities. It is concluded that mathematics competitions, require an approach, are not only in the world of the cognitive, they need to locate it on cultural social contexts, where it is not only a concept efficientist of competencies, focused on the "know-how" mechanist.*

Key words:

## INTRODUCCIÓN

El artículo se alinea a la pregunta investigativa ¿Cómo contribuir al desarrollo de las competencias matemáticas: Representar, Plantear y resolver problemas, Modelizar, Razonar y Argumentar y Comunicar, asociadas a objetos matemáticos, en estudiantes de educación básica y media del Departamento del Caquetá? Su desarrollo teórico y metodológico se orienta por las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuáles son los principales problemas de aprendizaje matemático basado en competencias que presentan los estudiantes? ¿Cómo inciden estos problemas en el desarrollo de las competencias matemáticas enunciadas? ¿Cómo superar estos problemas para contribuir al desarrollo de estas competencias matemáticas?

En el marco de estos intereses investigativos, la especificidad de este artículo se centra en argumentar dos ideas claves en esta fase de la investigación: asumir el desarrollo de competencias matemáticas del estudiante como un proceso de enculturación matemática formal (Bishop, 1999, 2005) y, la segunda, desarrollar la perspectiva didáctica de las competencias matemáticas a partir de sus dos expectativas de aprendizaje:

- Expectativas a corto plazo: las tareas matemáticas y sus objetivos y
- Expectativas a largo plazo: las competencias matemáticas. (Goñí, 2009, Giménez y Vanegas, 2011, Penalva y LLinares, 2011)

Metodología: La perspectiva metodológica de la investigación se instala en el enfoque sociocultural de la Educación matemática, por tanto de naturaleza cualitativa y con un interés científico de comprender y transformar. Sus referentes metodológicos, específicamente para este artículo, se apoyan en autores como Bishop (1999, 2005), Sfard (2008) y Valero y Skovmose (2012). En los referentes teóricos se destaca a Rico y Lupiañez (2008), Solar (2009) entre otros.

Alejándose, de la postura que busca cuantificar y clasificar al estudiante desde una perspectiva de calidad de los sistemas educativos (PISA, LLECE, TIMMS, SABER, entre otros), el enfoque se centra en la prioridad y rol del maestro: orientador del desarrollo de las competencias matemáticas desde la interacción comunicativa en el aula y la enculturación matemática del estudiante. Por ello, la evaluación aquí exige de

juicios de valor rigurosamente contextualizados, centrados en la calidad de la actividad matemática de aprendizaje del estudiante, no de su clasificación en un determinado puesto según resultado de una evaluación puntual.

La naturaleza del artículo es argumentativa respecto a la perspectiva didáctica de las competencias matemáticas, los gráficos utilizados enfocan al Modelo teórico y a la rejilla de evaluación.

### Referentes conceptuales hacia la esencia teórica

Para una mejor comprensión de los argumentos centrales, es necesario partir de unos referentes teóricos esenciales construidos en el proceso de investigación, así este desborde el foco del artículo que se presenta.

En primer lugar, se asume con Solar (2009, p. 68) que una competencia matemática se compone de Tareas matemáticas, Procesos matemáticos y niveles de complejidad. En nuestra investigación, los procesos que se asumen, además de los matemáticos, son los afectivos y los de tendencia de acción. Ello condujo a precisar cuáles son los aspectos del desarrollo humano que están presentes en una competencia (D'Amore, Díaz Godino y Fandiño 2008):

- El cognitivo: conocimiento de la disciplina
- El afectivo: disposición, voluntad, deseo de responder a una determinada solicitud (externa o interna)
- La tendencia de acción: persistencia, continuidad, dedicación. (p. 44)

Asumir estos tres aspectos hizo posible instalar el desarrollo de competencias como un proceso de formación más que de instrucción. Esto es decisivo para la evaluación del desarrollo de la competencia matemática del estudiante, además del aspecto cognitivo de la competencia (los procesos matemáticos), es esencial ayudar a generar una inclinación cultural favorable del estudiante hacia las matemáticas, hacia su aprendizaje y uso social.

Sin esto último, difícilmente se involucrará con gusto y voluntad en el desarrollo de procesos

matemáticos y en la resolución de problemas por muy contextualizados que sean. Como dicen los autores “¿Qué sería una competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella? (Ibid, p. 21). Esta opción teórica contribuyó a superar la visión eficientista de evaluación de competencias para clasificar al estudiante y cuantificar su desempeño.

Por la razón, arriba mencionada, conceptualmente hay una separación de la concepción evaluativa de las pruebas masivas (PISA, LLECE, TIMMS, SABER, etc.) focalizadas en lo cognitivo y se acoge una aproximación sociocultural de la educación matemática y, de forma específica, en una dimensión sociocultural de las competencias matemáticas (García, Acevedo y Jurado, 2003). No obstante, es importante agregar que es pertinente acoger los niveles de complejidad de las competencias matemáticas formulados en las pruebas PISA: Reproducción, Conexión y Reflexión. En la investigación, el aspecto cognitivo de la competencia se centra en los procesos matemáticos y su valoración se hace en el marco de estos tres niveles de complejidad (OCDE, 2000, 2003, 2006).

Entonces, en el proceso de desarrollo de competencias matemáticas, profesor y estudiantes deben evidenciar que las competencias de este “progresan”, y se “movilizan”. Este avance cualitativo se demuestra cuando el estudiante, en su actividad matemática de aprendizaje, enfrenta tareas matemáticas y desarrolla procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción de complejidad creciente; cuando pone en juego capacidades y hace uso social de esas competencias matemáticas en contextos escolares y extraescolares.

Se trata entonces, de construir evidencias comunicables, argumentadas. Estas, se construyen y sustentan desde la calidad de la actividad matemática de aprendizaje del estudiante, es ella la que direcciona el desarrollo de las competencias del estudiante.

Aquí emerge una pregunta clave, un problema central para el profesor de matemáticas y para el estudiante: ¿Cómo articular las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad con la actividad matemática de

aprendizaje del estudiante? Además de articular los componentes de la competencia matemática en una secuencia didáctica, se requiere articular estos con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante, con sus características para apropiarse progresivamente de la cultura matemática.

Ello condujo a formular un Modelo Teórico a Priori (MTP) de competencia matemática centrado en el aprendizaje, como un constructo para hacer posible esta articulación compleja en el aula.

El MTP, es asumido, como una estructura para organizar, describir, explicar y articular los componentes de la competencia matemática con la actividad matemática de aprendizaje, los objetivos de las tareas y las formas de evaluación. Por ello, su finalidad es contribuir a planificar el desarrollo coherente y progresivo del proceso de movilización de las competencias matemáticas cuando el estudiante resuelve tareas y desarrolla procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción con complejidad creciente.

Su carácter de “a priori” se explica en el modelo porque sus diferentes componentes fueron concebidos y asumidos como parte de una propuesta didáctica para contribuir al desarrollo de competencias matemáticas, previo al proceso de caracterización en el trabajo de aula. Es decir, el MTP es el artificio para la articulación de las tareas matemáticas, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante (Solar, García, Rojas, et al., 2014). Se presenta el modelo a continuación:

**Fig. 1.** Esquema del Modelo Teórico a Priori



Con estos referentes teóricos se puede avanzar, cobra fuerza, la perspectiva sociocultural de la educación matemática (Bishop, 2005, Sfard, 2008, Valero y Skovmose, 2012). Se parte del siguiente argumento a manera de hipótesis de trabajo:

El desarrollo de las competencias matemáticas del estudiante se logrará si el proceso de interacción en el aula: estudiante – profesor y el de estudiante – estudiante, promueve su actividad matemática de aprendizaje para que la dinámica de enculturación matemática formal en su comunidad de aprendizaje (la clase), comparta y desarrolle el significado matemático a partir de la comunicación y la negociación cultural.

Este proceso debe tener las siguientes características:

1. En la actividad matemática de aprendizaje, el estudiante resuelve tareas y desarrolla procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción con niveles de complejidad creciente.
2. Estas tareas y procesos se inscriben en situaciones de aula que propicien la formulación y solución de situaciones problemas contextualizados, que generen en el estudiante voluntad, disposición, persistencia y continuidad en su actividad matemática de aprendizaje (Penalva y Llinares, 2011).
3. El conocimiento matemático ha de articularse con la vida social y cultural de estudiantes y profesores. Como construcción social de significados, este conocimiento debe incorporar los intereses y afectividades de la clase como comunidad de aprendizaje.
4. Este proceso de interacción debe conducir a los estudiantes a desarrollar una relación consciente con elementos de la cultura matemática como: los conceptos, los valores, los procesos, las representaciones, las estructuras y la historia. Esto es asumir el desarrollo de las competencias matemáticas del estudiante como un proceso de enculturación matemática formal (Bishop 1999).

**La Perspectiva Didáctica y las Dos Expectativas de Aprendizaje.**

Desde la investigación realizada, cuando se habla de perspectiva didáctica, se hace referencia específicamente a:

- La relación competencia matemática – actividad matemática de aprendizaje del estudiante. El desarrollo de la competencia se adscribe al estudiante, a la calidad de su actividad matemática de aprendizaje, no se adscribe a la enseñanza, es decir, al profesor. Ello no implica desconocer la articulación entre la enseñanza para el desarrollo de competencias y la actividad matemática de aprendizaje del estudiante. Solo que esta última es nuestro foco en la investigación.
- Las dos expectativas de aprendizaje que coexisten y se complementan en el desarrollo de las competencias matemáticas: las expectativas a corto plazo relacionadas con los objetivos de las tareas matemáticas, de la clase, de la unidad o de la secuencia didáctica; y, de otro lado, las expectativas a largo plazo que hacen referencia al desarrollo mismo de las competencias matemáticas del estudiante. La primera expectativa es la ruta, el medio, la forma como se puede avanzar de manera coherente y planificada hacia la segunda. Es decir, es necesario articular los objetivos y las competencias en términos de expectativas de aprendizaje. Se argumentará sobre cada una.

Las Expectativas de Aprendizaje a Corto Plazo: Los Objetivos de las Tareas Matemáticas  
Como proceso de formación humana y de enculturación, el desarrollo de competencias matemáticas solo es posible en el largo plazo; por ello, es necesario en el trabajo de aula planificar este desarrollo, primero en términos de expectativas (posibilidades, perspectivas, esperanzas, intereses, etc.) de aprendizaje a corto plazo. Estas expectativas son los objetivos que se formulan para las tareas matemáticas. Por ello, una parte sustancial del proceso didáctico contempla:

- “Diseño de tareas
- Enseñar a los alumnos a encontrar y movilizar recursos para aportar respuestas a las tareas
- Promover la reflexión metacognitiva para el éxito de la acción” (Rico y Lupiañez 2008: p. 152)

En el desarrollo de competencias, el rol de los objetivos cambia, “los objetivos no se describen en términos de conocimientos sino en términos de actuaciones. Se pasa así de una lógica de contenidos a una lógica de la acción.” (Ibíd., p.152). Estas actuaciones son propias del estudiante en actividad matemática de aprendizaje cuando usa los conceptos, procesos, representaciones y estructuras matemáticas de manera útil en la solución de tareas problemas contextualizadas y no en la reproducción acrítica de contenidos y conocimientos aislados, con frecuencia en condición de examen.

En esta nueva lógica, la actividad matemática de aprendizaje debe caracterizarse porque los estudiantes son capaces de proponer nuevas formas para utilizar lo que saben y conocen, así como de enfrentar y solucionar, de diversas formas, demandas cognitivas, afectivas, metacognitivas y de tendencia de acción, cada vez más complejas. Es de esta forma, como el estudiante se apropia progresivamente de la cultura matemática y como el desarrollo de competencias matemáticas se torna, también en forma progresiva, en un proceso de enculturación matemática del estudiante.

Para que las tareas matemáticas contribuyan a este propósito deben tener las siguientes características:

*Compleja: obliga a la organización dinámica de los recursos.*

*Finalista: orientada hacia la acción, se propone un objetivo concreto.*

*Interactiva: donde el contexto de la tarea y su objetivo orientan la selección de recursos y su organización; aprender es interactuar con el medio.*

*Abierta: el proceso y el resultado no están predefinidos.*

*Inédita: cuando el problema cambia en cada planeamiento, se consigue cierto sentido de novedad.*

*Construida: es decir, que se orienta hacia los objetivos de aprendizaje sin necesidad de reflejar toda la complejidad de la realidad. (Rico y Lupiañez 2008: p. 154)*

Entonces, los objetivos de las tareas son de naturaleza específica, metas a corto plazo que se

relacionan con un contenido concreto y generan actividad matemática del estudiante sobre este contenido. Por tanto, pasar de una lógica centrada en contenidos a una lógica de la acción para el desarrollo de competencias matemáticas, implica que los objetivos deben expresarse en términos de actuaciones complejas que involucren procesos también complejos. Por ejemplo, para Rico y Lupiañez (2008), estos deben formularse en términos de actividad matemática del estudiante como:

*...describir, distinguir, relacionar, comprender, formular, pensar, razonar, justificar, utilizar, seguir y evaluar, emplear la heurística, argumentar, proponer, reconocer, comunicar, traducir, codificar, decodificar, representar, exponer, planear y resolver, usar recursos técnicos, reconocer limitaciones, inferir, demostrar, generalizar, estimar, ordenar, graficar, calcular y validar, usar modelos, etc. (p. 266, 306, 307, 309, 310, 311).*

Como puede verse, cada uno de estos verbos representa "actividad", es decir, "movimiento" síquico y físico orientado siempre por un fin consciente: el desarrollo de las competencias matemáticas como un proceso de formación humana y de enculturación matemática formal.

### **Las Expectativas de Aprendizaje a Largo Plazo: Las Competencias Matemáticas**

El desarrollo de las competencias matemáticas del estudiante, como ya se ha dicho, es un proceso complejo y prolongado. Como todo proceso de formación humana y de enculturación, se promueve a lo largo del tiempo y nunca termina; por ello representa la prioridad, el gran propósito en las expectativas de aprendizaje de las matemáticas escolarizadas, pues significa el acceso y la relación con la cultura matemática. Se expondrán argumentos que sustentan por qué en nuestra investigación, se asumió así esta expectativa de aprendizaje; además, porque se ha podido probar con profesores de matemática, la utilidad de conocerla y comprenderla, pues consideramos que ambas expectativas de aprendizaje tienen directa influencia en la forma y fines de la evaluación de las competencias del estudiante.

Un primer argumento se soporta en los componentes de la competencia: tareas matemáticas, procesos matemáticos y niveles de complejidad. Ellos indican que los estudiantes en actividad matemática de aprendizaje resuelven tareas complejas que les requieren desarrollar procesos cognitivos, metacognitivos, afectivos y de tendencia de acción con niveles crecientes de complejidad y esto no se consigue a corto plazo. Construir evidencias de que los estudiantes progresan en los niveles de complejidad de las competencias y valorar este progreso, es un proceso que requiere de planificación, monitoreo, acompañamiento, argumentación, comunicación y negociación cultural entre los sujetos de la clase como comunidad de aprendizaje matemático (Goñi, 2009).

Un segundo argumento se apoya en que, es mediante este proceso que los estudiantes aprenden a conocer, apropiarse y relacionarse con las estructuras, los conceptos, la historia, las representaciones y los procesos de la cultura matemática. Esta cultura representa un conjunto de significados socialmente compartidos, útiles y decantados a lo largo de la historia de la humanidad. Ningún proceso de enculturación es espontáneo y lineal, todo lo contrario, es prolongado, complejo y sus resultados solo son apreciables a largo plazo. Como proceso de formación humana y de enculturación matemática, el desarrollo de competencias matemáticas no termina, es continuo y dinámico.

Los procesos matemáticos están en la base de la competencia, por tanto, desarrollar procesos matemáticos como representar, argumentar, razonar, codificar, decodificar, traducir, comunicar, visualizar, calcular, resolver, proponer, entre otros, requiere de un tiempo de formación y conocimiento de la cultura matemática. Este desarrollo implica un despliegue de capacidades, habilidades y pragmática de uso puestas en escena al resolver tareas complejas. Esto se desarrolla a lo largo del tiempo de escolaridad, requieren persistencia e inclinación cultural favorable al uso social de la competencia en situaciones sociales y culturales, no solo escolares. Este es el tercer argumento para explicar la competencia como expectativa de aprendizaje a largo plazo.

Un cuarto argumento se soporta en reconocer que todo lo anterior solo es posible según la forma como el estudiante se relacione con el lenguaje matemático (D'Amore, 2006). Para leer y escribir matemáticas, es básico conocer y comprender el proceso de Representar en matemáticas. Este proceso requiere capacidad para codificar, decodificar, traducir y objetivar la cultura matemática. Es decir, conocer, comprender y usar sus conceptos, estructuras y procesos matemáticos. Sin poder leer y escribir matemáticas, será mucho más difícil para nuestros estudiantes apropiarse de la cultura matemática, comunicarse en y con las matemáticas y, por tanto, desarrollar sus competencias matemáticas.

Los argumentos anteriores sustentan por qué en la investigación, se asumió el desarrollo de la competencia matemática como expectativa de aprendizaje a largo plazo, pero entonces ¿cómo hace el profesor y el estudiante en clase, para construir evidencias sobre el progreso de las competencias matemáticas? La respuesta está en los objetivos de las tareas matemáticas como expectativas de aprendizaje a corto plazo y en la competencia de planificación del profesor para articular estas dos expectativas de aprendizaje.

Como ya se dijo, los objetivos se formulan en términos de actuaciones y metas específicas para el corto plazo y, además, están relacionados con unos contenidos, tareas y procesos también específicos. Entonces, es la calidad de la actividad matemática de aprendizaje la que “conduce” al estudiante a alcanzar estos objetivos y a desarrollar los procesos matemáticos requeridos. De esta manera, los objetivos van “iluminando”, presentando evidencias específicas del desarrollo de procesos y de capacidades matemáticas del estudiante.

Además, la continuidad, persistencia y complejidad creciente de estos procesos específicos con-

ducen al desarrollo de capacidades cognitivas, afectivas y de tendencia de acción del estudiante a lo largo de su escolaridad. Es decir, alcanzar las expectativas de aprendizaje a corto plazo es posible en la medida que el estudiante va aprehendiendo los objetivos de las tareas matemáticas de la clase, del período escolar o, incluso, del año escolar. Este “progreso y movilización” de procesos matemáticos, afectivos y de tendencia de acción, promovido en torno a las expectativas de aprendizaje a corto plazo, es el que va construyendo la ruta hacia las expectativas a largo plazo, esto es, hacia el desarrollo de las competencias matemáticas del estudiante.

Es aquí donde la perspectiva didáctica de las competencias matemáticas se apoya, esencialmente, en la competencia del profesor y del estudiante para planificar, ejecutar y evaluar la adecuada y oportuna complementariedad de las dos expectativas de aprendizaje. Esta complementariedad no es otra cosa que la articulación entre objetivos, tareas, procesos y competencias en el Modelo Teórico de competencia propuesto en nuestra investigación. Y, ¿cómo hacer esta articulación? ¿Cómo organizarla en una secuencia didáctica? Son preguntas frecuentes de los profesores con los que se han compartido avances de esta investigación en sus diferentes fases.

Para ser más ilustrativos en las respuestas, se expone a continuación un ejemplo de organización del Modelo Teórico a Priori (MTP) en una secuencia didáctica utilizada en esta fase III de la investigación. Se propuso una secuencia de tareas formuladas en torno al aprendizaje de los objetos matemáticos Frecuencia Absoluta y Porcentaje, asociados a las competencias matemáticas Representar, Razonar y Argumentar y Comunicar con estudiantes de grado 6° de educación básica. La rejilla siguiente, fue el instrumento utilizado para organizar el proceso de planificación de aplicación del MTP adoptado.

Fig 2. Rejilla para valorar el proceso

COMPETENCIA MATEMÁTICA	ASPECTOS DESARROLLO HUMANO	COMPE-TENCIAS	PROCESOS	INDICADORES O DESCRIPTORES	TA RE AS	ESTUDIANTES					
						1	2	3	4	5	6
						Proceso de participación en la que los estudiantes movilizan aspectos de su desarrollo humano (cognitivos, afectivos, de tendencia de acción y metacognitivos), con el propósito de intervenir en los diferentes entornos en los que realiza su proyecto de vida y requiera de procesos matemáticos y no matemáticos.	Describir e interpretar	. Reconoce, en diferentes contextos o situaciones problemáticas, los objetos matemáticos estudiados y los representa en diferentes sistemas semióticos de representación.	1		
2											
3											
4											
5											
Aplicar	Utiliza signos matemáticos para generalizar información sobre los distintos objetos matemáticos o sus elementos consustanciales.	1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Comunicar	Explica con argumentos, de manera verbal o escrita, su concepto sobre los distintos objetos matemáticos estudiados.	1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Argumentar	Calcula y utiliza operaciones y propiedades de los objetos matemáticos estudiados cuando tabula, grafica y concluye.	1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Proponer	Soluciona problemas y tareas matemáticas en la que se encuentran inmersos los objetos matemáticos estudiados y comunica los procesos desarrollados.	1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Codificar	En su actividad matemática de aprendizaje evidencia un discurso adecuado que le permite participar en clase y aportar en la evaluación de procesos y resultados.	1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Descodificar	Demuestra continuidad y permanencia en su actividad matemática de aprendizaje.	1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Traducir		1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Disposición		1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Persistencia		1									
		2									
		3									
		4									
		5									
Valorar		1									
		2									
		3									
		4									
		5									

Fuente explicativa. Rejilla elaborada y utilizada por la investigación, para valorar el proceso y los resultados de la secuencia de tareas para organizar el proceso de planificación de aplicación del MTP adoptado.



La rejilla parte de un aspecto rector para los demás elementos que la conforman: la concepción de Competencia matemática asumida por los investigadores. Esto es así pues la concepción del profesor influye directamente en la forma como se planificará, ejecutará y evaluará el proceso didáctico en el aula. Los aspectos cognitivos (procesos matemáticos), afectivos, de tendencia de acción y metacognitivos, se asumen como procesos objeto de valoración. Igualmente, se enuncian las tres competencias a caracterizar y los procesos asociados a ellas.

Estos procesos son los referentes para los indicadores de evaluación, pues ellos precisan la caracterización y valoración de la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes. Las dos últimas columnas corresponden a las tareas propuestas por el profesor a los estudiantes. En su proceso de planificación, al formular la tarea matemática o la secuencia de tareas, el profesor debe plantear los objetivos de las mismas en términos de actuación del estudiante; son estos objetivos los que precisan el alcance de las expectativas de aprendizaje a corto plazo y evidencian la forma de articulación con los procesos asociados a las competencias como se muestra en la rejilla (ver columna 4). El desarrollo de estos procesos por parte del estudiante, es la ruta que señala (a la luz de los indicadores seleccionados) el progreso de las competencias matemáticas elegidas en la secuencia didáctica.

Esta rejilla, como todos los aspectos propuestos en las orientaciones didácticas resultado de la investigación, no deben leerse como “inamovibles” o como recetas rígidas. Son resultados del proceso de investigación, de la interacción en el aula entre profesor y estudiantes; orientaciones que solo sirven si se ponen a prueba en el aula y se ajustan a las condiciones del contexto escolar específico y a las características de los sujetos que aprenden matemáticas. En nuestra investigación, estos aspectos contemplados en el Modelo Teórico a Priori, se aplicaron para desarrollar, en un proceso didáctico, la articulación de las dos expectativas de aprendizaje planteadas y toda la valoración y caracterización de la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes durante ese proceso didáctico.

Unos primeros resultados de la aplicación del MTP se pueden expresar como una caracterización inicial de la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes durante el proceso de enfrentar las secuencias de tareas propuestas para el desarrollo de las competencias Representar, Razonar y Argumentar y Comunicar. Esta caracterización puede argumentarse de la siguiente forma:

Se evidencia el desarrollo de procesos matemáticos y de tendencia de acción (pragmática de uso) para reconocer, representar y usar los objetos matemáticos (Frecuencia absoluta y Porcentajes) en la solución de problemas contextualizados; es evidente que pueden representar en, al menos, dos sistemas de representación semiótica, usan los signos matemáticos, calculan, operan y grafican; comunican en y con las matemáticas los procesos desarrollados para solucionar las tareas matemáticas propuestas.

En la actividad matemática de aprendizaje aún persisten formas de representación semiótica no propias del lenguaje matemático (palitos, rayas, cuadros, etc.) que sin duda, limitan un incipiente proceso de matematización y la calidad del discurso matemático. Esto implica deficiencias en la calidad de la participación y en el aporte a la evaluación colectiva de procesos y resultados en la clase como comunidad de aprendizaje.

Se evidenció que aún es muy limitada la calidad de su discurso (oral y escrito), no solo por el incipiente manejo del lenguaje matemático como ya se dijo, sino, especialmente, al valorar procesos y soluciones a las tareas matemáticas que han desarrollado sus compañeros en clase, tal como lo requería unas de las tareas. Hay que tener en cuenta, que parte de los resultados de la misma, puedan también explicarse por la falta de familiaridad de los estudiantes con este tipo de actividad matemática y con el nivel de exigencia y responsabilidad que implica una evaluación a las soluciones propuestas por sus compañeros (coevaluación). No obstante, ello no influyó para que, durante todo el proceso de intervención, los estudiantes demostraran gusto e inclinación favorable al trabajo individual y en grupo, continuidad y persistencia en la

construcción y sustentación de sus soluciones, así como a preguntar y buscar orientación en el profesor y en sus compañeros. Esto constituye un clima favorable para consolidar la clase como una comunidad de aprendizaje.

Sobre el nivel de comprensión y manejo del MTP y de la rejilla por parte del profesor, los primeros resultados evidencian que el docente reconoce las rupturas didácticas que se introducen: una nueva forma de concebir, planificar y desarrollar la clase de matemáticas; la necesidad de resignificar el aprendizaje en el marco de las dos expectativas planteadas, así como de la comunicación y el desarrollo del significado matemático por parte de los estudiantes.

Como es natural, la complejidad del enfoque de competencias y su relativa novedad en Colombia, trae consigo problemas didácticos y curriculares que el docente debe estudiar, asimilar y aplicar de forma progresiva; no obstante, antes estas primeras dificultades, es satisfactorio encontrar en el docente una inclinación cultural favorable a profundizar el proceso, disposición y voluntad para el trabajo y la evaluación colectiva de sus resultados parciales.

Con respecto a la evaluación, el profesor reconoce la importancia de formular tareas matemáticas de calidad y la necesidad de ser creativo y propositivo en la valoración del proceso y de los resultados evidenciados por los estudiantes. Es claro para él que, sin ello, no es posible avanzar hacia nuevas formas de evaluar las competencias matemáticas del estudiante, mucho menos, superar la pesada herencia que en ese aspecto aún caracteriza la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en Colombia.

Dado que esta fase de intervención didáctica se prolongará durante todo el primer semestre de 2015, por tanto, estos primeros resultados habrá que confrontarlos con otros intermedios y finales para establecer un balance y presentar resultados finales.

Ahora, es necesario argumentar cómo la articulación de las dos expectativas de aprendizaje convergen y tributan al proceso de encultura-

ción matemática formal, es decir, confluyen en el proceso de desarrollo de competencias matemáticas del estudiante. Este desarrollo de competencias, asumido como enculturación debe caracterizarse por “ Ser interpersonal e interactivo, Tener en cuenta la importancia del contexto social, Ser formal, intencional, responsable y estar institucionalizado, Ocuparse de conceptos, significados, procesos y valores. Ser para todos”. (Bishop 199: 160)

Es por lo tanto, un proceso intencional, situado, dirigido a generar interacción e intersubjetividad entre los sujetos que aprenden matemáticas. Es esencial que el profesor de matemáticas comprenda la naturaleza individual y social de este proceso y las rupturas didácticas que le subyacen. Se expresa claramente en los siguientes términos:

La enculturación no la hace una persona a otra: la cultura no es “algo” que se transmite de una persona a otra ni el alumno es un mero receptor pasivo de cultura procedente del enculturador. La enculturación es un proceso interpersonal y, en consecuencia, es un proceso interactivo entre personas. En este sentido, la Enculturación Matemática no es diferente de cualquier otra enculturación. (Ibíd., 160).

Las anteriores características implican, que entre nuestros estudiantes nadie es absolutamente competente o incompetente, lo importante en el proceso son los estadios intermedios de desarrollo que se deben reconocer en ellos, en sus representaciones y saberes previos y en sus formas específicas de acceder y relacionarse con la cultura matemática, de participar en la clase como comunidad de aprendizaje y de comunicar sus procesos y sustentar sus resultados en esa comunidad.

La calidad del discurso matemático con el que el estudiante participa en esa comunidad de aprendizaje, representa la calidad de su actividad matemática de aprendizaje (Sfard, 2008) y, por tanto, la calidad del desarrollo de sus competencias matemáticas.

El desarrollo de competencias como proceso in-

teractivo y constructor de intersubjetividades, implica también un aprendizaje situado, es decir, la pragmática de uso y el contexto sociocultural, otorgan sentido a los conceptos, a los procesos, a los significados, a los valores y a las simbolizaciones propias de la cultura matemática con la que el estudiante se relaciona en su actividad matemática de aprendizaje.

Entonces, conocimiento matemático y competencia, como procesos culturales de construcción social de significados, se construyen simultáneamente en una relación de influencia recíproca. Ello explica la importancia del contexto social que recomienda el autor como una de las características del proceso de enculturación matemática.

### Conclusiones

La fase que tiene que ver con la forma como se conciben actualmente las competencias y el desarrollo de las mismas en matemáticas, resultan ser para el estudiante un proceso complejo y prolongado. Su propósito se debe entonces focalizar en la comprensión, apropiación y uso de la cultura matemática antes que en el desempeño en una prueba o examen. Por ello, la clase de matemáticas debe contribuir a que el estudiante, además de ser competente en situaciones matemáticas escolares, lo sea especialmente como ciudadano en situaciones sociales y culturales en y con las matemáticas.

Esta concepción implica que las prácticas de enseñanza del profesor, en lo posible, deben inscribirse en una aproximación sociocultural a las matemáticas y a la educación matemática. Esta aproximación de postura epistemológica, le contribuye a promover en sus estudiantes: los aprendizajes situados, el uso social y cultural de las matemáticas en sus contextos cotidianos y, especialmente, a comprender la clase como una comunidad de aprendizaje, centrada en el propósito de compartir y desarrollar el significado matemático y en resignificar el aprendizaje como la calidad del discurso matemático con el que el estudiante participa de esa comunidad.

Una tercera conclusión instala la perspectiva didáctica de las competencias matemáticas en

este horizonte sociocultural: las expectativas de aprendizaje matemático (a corto y largo plazo), requieren para su desarrollo, un estudiante en actividad matemática de aprendizaje en contextos escolares y sociales, en actuación matemática; es decir, un sujeto que enfrenta tareas, desarrolla procesos, despliega capacidades, comunica y argumenta en y con las matemáticas en niveles de complejidad crecientes. Este es el tamaño del proceso didáctico que subyace a esta perspectiva.

Todo lo anterior hace imprescindible “rescatar” las competencias matemáticas del tanto de enfocarla solo en el mundo de lo cognitivo, y hace falta ubicarla en contextos socio culturales, donde no se tenga solo una concepción eficientista de las competencias, centrada en el “saber hacer” mecanicista. Ello es posible si las instalamos en el concepto de Formación y asumimos el proceso de desarrollo de competencias matemáticas como un proceso de Enculturación Matemática formal.

### Referencias

Bishop, A. (1999). Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Editorial Paidós. Buenos Aires.

Bishop, A. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática. Universidad del Valle. Cali.

D'Amore, B., Godino, J. & Fandiño, M. (2008). Competencias y Matemáticas. Coeprativa Editorial Magisterio. Bogotá D.C.

D'Amore B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Relime*. Número especial. Cinvestav, México DF., México. 177-196.

García, G., Acevedo, M. y Jurado, F. (2003). La dimensión socio-cultural en el criterio de competencia: el caso de matemáticas. Colección cuadernos del seminario en educación No. 5. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

García, Q. B., Coronado, A. Montealegre, L. y

- otros. (2013). *Competencias Matemáticas y Actividad Matemática de Aprendizaje*. Universidad de la Amazonia. Florencia.
- Goñí, J. M. (2009). *32 -2 ideas clave para el desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona. Editorial GRAÓ.
- Rico, L., y Lupiañez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- Solar Bezmalinovic, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso*. (Tesis doctoral). Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, Departament de Didàctica de la Matemàtica; I de les Ciències Experimentals. Barcelona.
- Solar, B. H., García, Q. B., Rojas, F., Coronado, A. (2014). *Propuesta de un modelo de competencia matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes*. En *Revista Educación Matemática*. Vol. 26. N° 2. Agosto de 2014. Ciudad de México.
- OCDE. (2000): *The PISA 2000 Assessment Framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.
- OCDE. (2003). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Paris: OCDE
- OCDE. (2006). *PISA marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. España: Santillana
- Penalva, M. C., LLinares, S. (2011). *Tareas matemáticas en la educación secundaria*. En *Didáctica de las matemáticas*. N° 12. Vol. II. Págs: 27 – 51. Editorial GRAÓ.
- Valero, P. y Skovsmose, O. (2012). *Educación Matemática Crítica. Una visión Sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Universidad de los Andes y Aalborg University.