

Estrategia Didáctica para Desarrollar la competencia “Comunicación y Representación” en Matemática

Teaching strategy to develop competence “communication and representation” in mathematics

Edwin Albrecht Jiménez Márquez

Docente de la Institución Educativa Distrital Para El Desarrollo del Talento Humano, SIGLA: IDETH Instructor del Grupo Educativo Helmer Pardo, Especialista en Pedagogía de las Ciencias de la Universidad Simón Bolívar, Licenciado en Matemática y Física de la Universidad del Atlántico, y Magister en Educación de la Universidad Autónoma del Caribe, Edwin2773@yahoo.com

Germán David Jiménez Márquez

Docente de la Institución Educativa Distrital Luis Carlos Galán Sarmiento y de la Corporación Universitaria Politécnico Costa Atlántica, Especialista en Pedagogía de las Ciencias de la Universidad Simón Bolívar, Ingeniero de Sistemas de la Fundación Universitaria Autónoma de Colombia FUAC y Magister en Educación de la Universidad Autónoma del Caribe, gerdajimar@hotmail.com

Julio Antonio Jiménez Márquez

Docente de la Institución Educativa Técnica Departamental San Pablo de Polonuevo Tutor del MEN, Colombia. Especialista en estudios pedagógico Universidad de la Costa CUC, Especialista en Pedagogía de las Ciencias de la Universidad Simón Bolívar, Licenciado en Matemática y Física de la Universidad del Atlántico y Magister en Educación de la Universidad Autónoma del Caribe juanjima74@hotmail.com

Para citar este artículo:

Jiménez, M. E., Jiménez, M. G., Jiménez, M. J. (2014). Estrategia Didáctica Para Desarrollar La competencia “Comunicación y Representación” En Matemática. *Escenarios*. 12(1), 17-33.

Recibido: noviembre 23 de 2013

Aceptado: enero31 de 2014.

RESUMEN

La crisis en diversos ámbitos de la sociedad, que ha conllevado cambios científicos, sociales, culturales, económicos, tecnológicas entre otros, de tal manera que se necesita asumir, desde la educación, esta nueva realidad. En forma particular, en la educación básica secundaria, el desarrollo de competencias de diversa índole que requiere estos cambios, obliga aún en este nivel, el que la educación como institución social asuma un papel responsable en la formación de individuos participativos y competentes. Es así como desde el área de la matemática, a nivel de básica secundaria, se presenta propone una estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemática, fundamentada en la apropiación de un lenguaje y los códigos de representación en matemáticas que favorezca la solución de problemas en estudiantes de Barranquilla. El problema de investigación se evidencia en los bajos resultados de pruebas internacionales, nacionales, y locales (Timss, Serce, Pisa, Saber). La investigación es cuasiexperimental, con una muestra de 56 estudiantes con grupo control (23) y grupo experimento (23) con la aplicación de métodos teóricos y empíricos, para diagnosticar y analizar los resultados. Se utilizó la prueba no paramétricas de Mann-Whitney para procesar los resultados. Los instrumentos fueron validado por experto y con la modalidad de tipo Prueba Saber 5to grado. Además se diagnosticó las dificultades que los docentes poseen para desarrollar la competencia matemáticas en los estudiantes. La prueba diagnóstica inicial aplicada a estudiantes evidenció la dificultad que estos poseen para resolver situaciones matemáticas relacionadas con la competencia comunicación y representación. La estrategia didáctica diseñada facilitó la competencia “comunicación y representación” en matemática, constituyéndose en un aporte a la didáctica de las matemáticas, en cuanto contribuye a mostrar cómo favorecer la interpretación y comunicación matemática, para poder razonar adecuadamente y solucionar problemas del área, lo cual se evidenció también en el cuasi experimento realizado.

Palabras Clave: Competencia, comunicación, representación.

ABSTRACT

The constant change in which is immersed the world, requires education as a social institution to take a leading role and responsibility in the formation of engaged individuals and organizations, so as from the area of mathematics and in particular in education secondary basic, this research proposes a teaching strategy to develop competence “communication and representation” in mathematics, history taking important and legal regulations allowing development. The crisis in various areas of society, which has led to scientific, social, cultural, economic, technological changes, among others, so you need to take from education, this new reality. In particular, in secondary basic education, skills development of various types requires these changes, even at this level requires the education as a social institution to assume a responsible role in the formation of participatory and competent individuals. Thus, since the area of mathematics at the secondary level basic, this research proposes a teaching strategy for developing competence “Communication and Representation” in mathematics, based on the appropriation of language and codes of representation in math that favors problem solving in students of the District Educational Institution for Human Resource development of Barranquilla. The research problem is evidenced by the low scores of international, national testing, and local (TIMSS, Cuore, Pisa, Saber). Is quasi-experimental type, with control group and experiment group and the application of theoretical and empirical methods to diagnose and analyze the results. Descriptive statistics and inferential statistics of test Non-parametric Mann-Whitney was used to process the results. We also applied instruments of primary sources: survey, diagnostic test, pretest and posttest type test know 5th grade. The control group and the experimental group was established from the results of the diagnosis, the experimental group being formed by the 23 students lowest in the result and control with the 23 students who had a higher level of performance in the face of situations math problems for evaluating competence “communication and representation.” The teaching strategy designed competition facilitated “communication and representation” in mathematics, becoming a contribution to the teaching of mathematics, it helps to show how the interpretation and encourage mathematical communication, to reason properly and troubleshooting the area, which is also evident in the quasi-experiment.

Keywords: Competition, communication, representation.

INTRODUCCIÓN

En los últimos años tanto a nivel mundial como en Colombia la educación ha estado influenciada por diversas tendencias pedagógicas, producto de cambios científicos, sociales, culturales, económicos, tecnológicas entre otros, de tal manera que se necesita asumir esta nueva realidad y gestionar cambios significativos en el proceso de formación y de humanización de las personas, para que puedan responder apropiadamente ante ella. Desde esta mirada se puede deducir que tanto las instituciones como las personas deben adaptarse a este nuevo contexto, reto que la aceleración global y local les impone.

Este constante cambio obliga a la educación como institución social a tomar un papel protagónico en éste nuevo contexto, asumiendo una visión sistémica para poder interrelacionar las múltiples variables que se derivan de este hecho y dar respuesta a estos cambios para tener oportunidad de adaptarse, mejorar y avanzar.

Un mundo globalizado y con cada día más conocimiento e información exige a las personas poseer competencias que les permitan adaptarse a su contexto, mejorar en su desarrollo para poder avanzar, y es evidente que es a través de la educación como se les puede preparar para tal fin. Pero para que se pueda lograr este objetivo se deben realizar cambios sustanciales

en el proceso de formación, de tal manera que en el proceso de enseñanza y aprendizaje debe centrarse en el desarrollo de competencias, fundamentadas en un nivel técnico, ético y socializador y en un nivel personal.

Bajo esta óptica cada docente debe preocuparse por conocer el contexto actual de su ejercicio para promover el desarrollo de las competencias en sus estudiantes especialmente las específicas de su área, y su accionar en el aula debe fortalecer la formación basada en competencias.

Es así como desde el área de la matemática y en particular en la educación básica secundaria, el desarrollo de competencias se constituye en una de las tareas más importantes de los docente cuando realizan su labor, pues es imperativo que se dote a los estudiantes con herramientas que les permitan apropiarse del conocimiento y la información, de nuevas habilidades y hábitos para usarlos de manera flexible y ética al momento de resolver situaciones problemas no solo del área sino también de otros contextos. Sin embargo el panorama muestra serias dificultades en el proceso de desarrollo de competencias en las instituciones educativas que ponen de manifiesto ciertas problemática, una de ellas, la que originó realizar la presente investigación.

Si se tiene en cuenta las evidencias anecdóticas producto de situaciones propias del ejercicio docente, vividas y compartidas por

la mayoría de los docentes con respecto a las dificultades de los estudiantes para interpretar, razonar y resolver problemas, se puede ver cuánto afectan estas dificultades el estudio de las matemáticas. El rechazo generalizado hacia esta disciplina, la poca motivación e interés de los estudiantes cuando se habla de matemáticas y los bajos resultados que obtienen cuando se someten a evaluaciones tanto internas como externas son el resultado de un enfoque no pertinente para su estudio. Este rechazo puede ser generado por varios factores asociados a su proceso de enseñanza y aprendizaje, especialmente los relacionados con la práctica docente en el aula, como estrategias poco adecuadas y tradicionales que han limitado la apropiación del conocimiento, la poca utilización de éste para generar el interés de su estudio por parte de los estudiantes y poder desarrollar las habilidades de ellos para interpretar, razonar y resolver situaciones, lo cual es fundamental para el desarrollo de las competencias de esta área, " pues las competencias no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más elevados". (MEN, 2006 p 46).

Dado que "la enseñanza de la matemática está sufriendo profundos cambios en el ámbito escolar en diferentes países, Especialmente el concepto de matemática escolar y su enseñanza. Esta disciplina cada vez se concibe menos como un sistema estático y sus objetivos se van ampliando desde una extensión de la visión del quehacer matemático." (Gómez, 2000.p 21), las estrategias aplicadas en el

quehacer pedagógico deben posibilitar el desarrollo de competencias que se puedan evidenciar en el desempeño de los estudiantes al momento de enfrentarse a situaciones propias de su ámbito.

En Colombia uno de los referentes que se tiene para hablar de competencias matemáticas son los establecidos por el ICFES para evaluar los diferentes niveles de educación en ellos se definen las competencias de esta disciplina como: comunicación y representación, razonamiento y argumentación, y modelación, planteamiento y resolución de problemas.

Lo expresado hasta el momento denota que aunque existen razones convincentes y legales de la importancia del desarrollo de competencias en matemáticas, las estrategias aplicadas en el aula no están permitiendo el desarrollo de éstas, por lo cual los estudiantes al enfrentarse a situaciones problemas no logran interpretar las situaciones que los lleve a resolver la situación problema adecuadamente, lo cual se evidencia en pruebas nacionales e internacionales. Según bases datos TIMSS (2007) de los cálculos de la dirección de evaluación del ICFES:

En el tercer estudio Internacional de Matemáticas, aplicadas en 2007 los estudiantes de los países asiáticos (Hong Kong, Singapur, Corea, Taipéi y Japón) tuvieron los promedios más altos. Colombia, se ubicó por debajo de la media TIMSS (en cuarto 355 y en octavo 380 de 500 que es el promedio básico) tal como se puede observar en el cuadro 1.

Cuadro 1. Promedios globales de Colombia por sector, zona y género en TIMSS 2007

Grado	Área	Colombia global	SECTOR		ZONA		GÉNERO	
			Oficial	Privado	Urbana	Rural	Niñas	Niños
Cuarto	Matemáticas	355	345	410	365	327	347	364
	Ciencias	400	389	457	408	376	393	408
Octavo	Matemáticas	380	369	427	385	340	364	396
	Ciencias	417	407	462	422	383	400	435

Fuente: Base de datos internacional TIMSS 2007. Cálculos de la Dirección de Evaluación del ICFES

A nivel latinoamericano también se aplicaron las pruebas SERCE (2006) y PISA (2009). En la prueba SERCE menos de la cuarta parte de los estudiantes colombianos de tercer grado alcanzaron los niveles III y IV de desempeño en matemática; en la prueba PISA Colombia ocupó el puesto 58 entre 65 países, "el promedio de Colombia fue de 381 puntos, el cual es significativamente menor que el de la OCDE y que los obtenidos por Uruguay (427), Chile (421) y México (419). Por otra parte, el resultado de nuestro país es estadísticamente similar al de Brasil y supera los de Perú y Panamá" (Ver Cuadro 2).

A nivel nacional el resultado de las pruebas Saber en los últimos diez años evidencia que el puntaje de los estudiantes de 11° en la media vocacional se ha mantenido entre 41 y 46 puntos, por

debajo del promedio teórico correspondiente a 50 puntos. En las pruebas SABER 5° (2009), los resultados nacionales de los estudiantes de 5° Educación Básica Primaria en matemáticas fueron: 44% en nivel de desempeño insuficiente, 31% en nivel mínimo, 17% en nivel satisfactorio y sólo el 8% en el nivel avanzado (ver gráfico 1). Cabe destacar que todas estas pruebas tienen una característica en común y es que evalúan las competencias de los estudiantes en esta área. Se puede apreciar que en el proceso de la enseñanza y aprendizaje del área de matemáticas en la Institución Educativa Distrital Para El Desarrollo Del Talento Humano, se identificó la dificultad que presentan los estudiantes al momento de resolver situaciones matemáticas donde se ponen a prueba sus competencias, evidenciada en los resultados de los estudiantes en la prueba saber presentada durante el año 2009 y 2012 (ver gráfico 2) y en los resultados de la prueba diagnóstica aplicada.

Es de notar que estas dificultades, han sido motivo de investigaciones relacionadas con la resolución de problemas una de las competencias matemáticas.

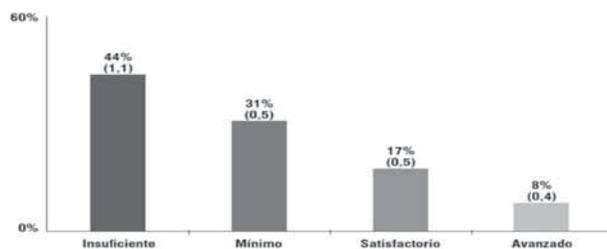
Cuadro 2. Puntaje promedio en matemáticas.

País	Promedio	Desviación estándar
Shanghái	600	103
Singapur	562	104
Hong Kong	555	95
Corea	546	89
Tapéi	543	105
Finlandia	541	82
Liechtenstein	536	88
Suiza	534	99
Japón	529	94
Canadá	527	88
Países Bajos	526	89
Macao	525	85
Nueva Zelanda	519	96
Bélgica	515	104
Australia	514	94
Alemania	513	98
Estonia	512	81
Islandia	507	91
Dinamarca	503	87
Eslovenia	501	95
Noruega	198	85
Francia	497	101
Eslovaquia	497	96
Austria	496	96
Polonia	495	88
Suecia	494	94
Republica Checa	493	93
Reino Unido	492	87
Hungría	490	92
Luxemburgo	489	98
Estados Unidos	487	91
Irlanda	487	86

País	Promedio	Desviación estándar
Portugal	487	91
España	487	91
Italia	483	93
Letonia	482	79
Lituania	477	88
Rusia	468	85
Grecia	466	89
Croacia	460	88
Dubái	453	99
Israel	447	104
Turquía	445	93
Serbia	442	91
Azerbaiyán	431	64
Bulgaria	428	99
Rumania	427	79
Uruguay	427	91
Chile	421	80
Tailandia	419	79
México	419	79
Trinidad y Tobago	414	99
Kazajistán	405	83
Montenegro	403	85
Argentina	388	93
Jordania	387	83
Brasil	386	81
Colombia	381	75
Albania	377	91
Túnez	371	78
Indonesia	371	70
Qatar	368	98
Perú	365	90
Panamá	360	81
Kirguistan	331	81

Promedio significativamente mayor que el de la OCDE
 Promedio que no tiene diferencias significativas con el de la OCDE
 Promedio significativamente menor que el de la OCDE.

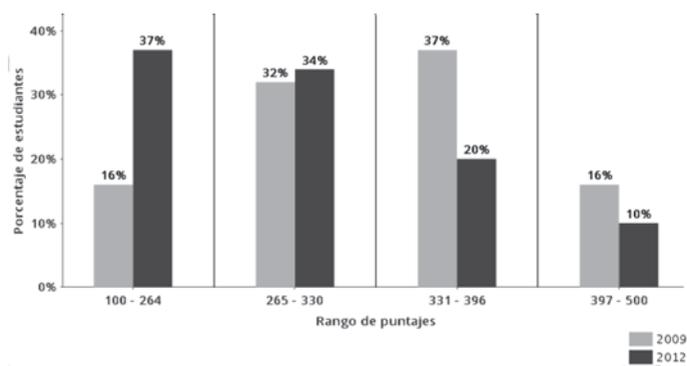
Gráfico 1. Distribución porcentual de los estudiantes de quinto grado según niveles de desempeño en matemáticas



Nota: Los valores entre paréntesis corresponden a los errores estándar.

Fuente: Informe Saber 5° y 9° 2009. Resultados Nacionales. Resumen Ejecutivo. Gráfico 3. Pág 14.

Gráfico 2. Resultados de quinto grado en el área de matemáticas de la Institución Educativa Distrital Para el Desarrollo del Talento Humano



Fuente: Informe Saber Establecimiento Educativo Inst. Edu. Dist. Para el Desarrollo del Talento Humano.

METODOLOGÍA

La investigación, se trabajó con una metodología cuantitativa y un diseño cuasiexperimental con grupo control y experimental. (Hernández, Fernández, Baptista 1997). En la institución se encontraban establecidos dos grupos de sexto grado. El grupo control y experimental se distribuyeron aleatoriamente. El cuasiexperimento se utilizó en la implementación del procedimiento, para llegar a conclusiones sobre la pertinencia de la estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemáticas.

Los métodos e instrumentos aplicados fueron: el método histórico lógico se utilizó para el estudio de la definición de competencias dados por diferentes autores desde el punto de vista general y específico especialmente en el área de las matemáticas. El método hipotético deductivo se aplicó en el análisis de las relaciones de semejanza y diferencia de los estudios sobre competencias y específicamente la competencia “Comunicación y Representación”

en Matemáticas y en la construcción de la estrategia didáctica, posibilitando la sistematización del conocimiento científico, lo cual permitió definir la hipótesis como: una estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemáticas que este fundamentada teóricamente en el manejo de un lenguaje y los códigos de representación propio del área, que permita interpretar situaciones problemas, y de acuerdo al nivel de educación y grado del estudiante, debería favorecer la capacidad de los estudiantes de sexto grado para resolver situaciones problemas.

La definición de la hipótesis estableció como variable independiente: una estrategia didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación” en matemáticas y la variable dependiente: las competencias de los estudiantes de sexto grado para interpretar y resolver situaciones problemas y mejorar los resultados de pruebas externas e internas, operacionalizada mediante test de conocimientos a los estudiantes.

Se utilizó la estadística descriptiva y la estadística inferencial de la prueba no paramétricas de Mann-Whitney para procesar los resultados del cuasiexperimento. Se aplicaron Instrumentos de fuentes primarias: Encuesta, test diagnóstico, pretest y posttest tipo Prueba Saber 5to grado.

Se aplicó una encuesta diseñada con 12 interrogantes entre preguntas abiertas y cerradas, la cual sirvió para establecer el conocimiento que tienen ellos acerca de las competencias en el área de matemáticas, y sobre los lineamientos establecidos en Colombia para el desarrollo de la competencia “comunicación y representación”, en ese mismo diagnóstico se indagó sobre las estrategias que ellos emplean en el aula de clase para favorecer su desarrollo.

Para diagnosticar las dificultades en el manejo de la competencia “comunicación y representación” del área de matemáticas en los estudiantes, dentro de los instrumentos que se utilizaron con ambos grupos (control y experimental) se encuentra un test diagnóstico, tipo Prueba Saber 5to grado, donde se evalúa la competencia “comunicación y representación” en matemáticas, mediante acciones de tipo interpretativo, como el expresar, representar, identificar y usar diferentes lenguajes a partir de una tabla, una gráfica, una expresión simbólica o una situación descrita en lenguaje natural, para validar la hipótesis que se tiene y determinar el nivel de desempeño de los estudiantes e identificar dificultades que le den significado a la investigación.

El instrumento aplicado para diagnosticar el nivel de desempeño de los estudiantes en la competencia “comunicación y representación” en matemáticas, estuvo conformado por cinco ítems con las siguientes características:

- El primer ítem evalúa transición de lenguaje escrito al lenguaje simbólico, describir e interpretar propiedades

y relaciones de los números y sus operaciones en el componente numérico variacional y geométrico.

- El segundo ítem evalúa que el estudiante relacione materiales físicos con ideas matemáticas, reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros), en el componente numérico variacional.
- El tercer ítem evalúa interpretación de diagramas estableciendo su relación con ideas matemáticas, para argumentar de forma oral y/o escrita, Interpretar cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno escolar, en el componente aleatorio.
- El cuarto ítem evalúa la traducción, interpretación y distinción entre diferentes tipos de representaciones, clasificar y organizar la presentación de datos, en el componente aleatorio.
- El quinto ítem evalúa interpretación analítica del lenguaje pictórico al lenguaje formal matemático, traducir relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente en el componente numérico variacional.

Hay que resaltar que en este instrumento las preguntas son de tipo 1 (selección múltiple con única respuesta), estilo Prueba Saber.

La encuesta aplicada fue revisada y validada por un experto con título de doctor en pedagogía, lo cual permitió su oportuna aplicación.

La prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, se construyó a partir de las características de las pruebas saber validadas por el ICFES, la cual también se sometió a revisión y validación de un experto con título de doctor en pedagogía.

También se aplicó un pretest como punto de partida para la implementación de la propuesta, que evidenciara lo equiparable que eran inicialmente los grupos con los cuales se trabajaría el cuasi experimento. Se caracterizó por contar con situaciones propias del pensamiento numérico en diversas representaciones:

- El primer ítem evalúa transición de lenguaje escrito al lenguaje simbólico, describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.
- El segundo ítem evalúa transición de lenguaje simbólico al lenguaje escrito, describir e interpretar propiedades y relaciones de los conjuntos numéricos y sus operaciones.
- El tercer ítem evalúa describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones, por medio de información gráfica (tablas de datos).
- El cuarto ítem evalúa interpretar analíticamente representaciones gráficas de un conjunto de datos numéricos (diagramas).
- El quinto ítem evalúa reconocer diferentes representaciones de un mismo número.

Es de anotar que en el postest, cada ítem presentó las mismas características a valorar que el del pretest.

POBLACIÓN Y MUESTRA

En la investigación, se escogió una muestra de 20 docentes del área de matemáticas del Distrito de Barranquilla, a los cuales se le aplicó la encuesta antes mencionada.

También se trabajó con una muestra 46 estudiantes de sexto (6º) de la Institución educativa Distrital para el desarrollo del Talento Humano, de los cuales se escogieron el grupo experimental y el grupo control conformados con 23 estudiantes cada uno, y además con las siguientes características.

Cuadro 4. Grupo control Niños que tienen un promedio de 10,5 años de edad

Edad (años)	Nº de estudiantes
10	8
11	8
12	1
Total	17

Fuente: Elaborado por Equipo investigador

Cuadro 5. Las niñas tienen un promedio de 10,8 años de edad

Edad (años)	Nº de estudiantes
10	2
11	3
12	1
Total	6

Fuente: Elaborado por el Equipo investigador

Se concluye que los estudiantes de sexto grado del grupo control tienen en promedio 10,6 años de edad.

Cuadro 6. Grupo experimental Niños con promedio de 10,7 años de edad

Edad (años)	Nº de estudiantes
10	5
11	4
12	2
Total	11

Fuente: Elaborado por el Equipo investigador

Cuadro 7. Niñas con un promedio de 10,7 años de edad

Edad (años)	Nº de estudiantes
10	6
11	3
12	3
Total	12

Fuente: Elaborado por el Equipo investigador

Los estudiantes de sexto grado del grupo experimental tienen en promedio 10,7 años de edad.

ANTECEDENTES

Las primeras investigaciones para el trabajo con estrategias y procedimientos para la resolución de problemas se dan en el campo de la Matemática. (Polya, 1965; Shöenfeld, 1994; Sowder, 1984). En los últimos años en Colombia se reportan resultados de investigaciones relacionadas con la resolución de problemas por: Posso A. y González G. (2008) en lo referente al proceso de enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas.

Franco, Osorio, Rincón y Tatis (2009) es su tesis de maestría trabajan el conocimiento pedagógico del contenido, la práctica docente en función de los procesos de resolución de problemas y el uso por los estudiantes, en el marco de la clase para pensar.

Pero aunque existen estas propuestas, es evidente que los resultados no demuestran un cambio significativo a favor, lo cual puede ser porque los resultados de estas investigaciones no son aplicados o las dificultades se deben a un bajo nivel de desarrollo de otras competencias. De tal manera que se propuso explorar en el desarrollo de la competencia “comunicación y representación”, competencia necesaria para comprender y expresar de manera verbal, escrita y no verbal (gráfica, icónica, pictórica) la información procedente de dicha área, importante para comprender y expresar información matemática procesos necesarios para poder acceder al “razonamiento” matemático y el “planteamiento y resolución de problemas” (las otras dos competencias del área).

Raymond, D afirma, que si no se dispone al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático, formas que él llama “registros de representación” o “registros semióticos”, no parece posible aprender y comprender dicho contenido. (Citado por MEN, 2006, p.54). Al no contar los estudiantes con estas herramientas que les permiten comprender y expresar las ideas matemáticas de forma precisa se les dificulta el estudio de esta disciplina.

Las representaciones y el dibujo son una herramienta útil dentro de la escuela, algunas de las investigaciones en didáctica de la matemática sobre resolución de problemas en las primeras

edades tienden a centrarse en el papel de las representaciones, descubriendo que éstas pueden ayudar al niño a concretar el problema y decidir qué procedimientos va a utilizar para resolverlo y encontrar la solución (Baroody, 1988; Carruthers y Worthington, 2009; Elivianni, Monoyiou, Elia, Georgiou y Zannettou, 2009; Nicol y Saundry, 2006), citado por Vieyra 2010.

Vieyra, (2010) a partir de esto plantea, la comunicación matemática en las primeras edades por medio de representación de problemas aritméticos, donde muestra interés en identificar estas representaciones para describirlas y caracterizarlas. Luego la apropiación del lenguaje simbólico es fundamental para poder expresar y representar situaciones matemáticas, y poder conseguir resolver el problema concretamente.

Ramírez, A (2009), plantea que comunicar en matemáticas quiere decir que se es capaz de utilizar vocabulario, su forma denotación y su estructura para expresar y entender ideas y relaciones. En este sentido, la comunicación matemática es parte integrante del conocer y usar las matemáticas para representar ideas, gráficos, situaciones, entre otros.

Goñi, J y Planas, N (2011) abordan la comunicación en matemáticas, a partir de un lenguaje y códigos de representación para referirse a interpretaciones y exposiciones en el aula de clases.

Lo expuesto hasta aquí caracteriza una problemática relevante, es por esta razón que este trabajo se centró en la búsqueda de alternativas de solución a esta problemática, que permitieran fortalecer y dinamizar el proceso de desarrollo de las competencias matemáticas específicamente la competencia “comunicación y representación”, especialmente a lo que concierne al lenguaje no verbal, en los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Distrital para el desarrollo del Talento Humano de Barranquilla.

Referentes teóricos para el abordaje del enlace conceptual de competencia matemáticas y las competencias comunicación y representación

Para establecer las características de la definición de competencia matemática y su enlace con la competencia comunicación y representación, primero se analiza la definición de competencia según diferentes autores.

Torrado (1999) afirma que “Varios autores plantean que el concepto de competencia fue planteado en lingüística por primera vez por Noam Chomsky en 1965”. (Citado por Tobón 2006 p25). Chomsky (1970) recoge las exigencias de actividad y de transformación que este concepto supone y nos indica que la competencia es aquella “capacidad de creación y producción autónoma, de conocer, actuar y transformar la realidad que nos rodea, ya sea personal, social, natural o simbólica, a través de un proceso de intercambio y comunicación con los demás y con los contenidos de la cultura”. (Citado por el SEP, 2009, p6).

En esta definición se puede resaltar la capacidad creativa y autónoma de la competencia, es decir, es una actividad propia del sujeto, lo cual caracteriza la competencia como un aspecto netamente personal de los individuos, para interactuar con los demás y con el medio.

Los rasgos esenciales del concepto competencia son:

Se trata de un conocimiento especializado o competencia de carácter específico. Es un conocimiento explícito o de carácter no declarativo que se expresa en un saber hacer. No deriva totalmente de un proceso de aprendizaje, aun cuando requiere de la experiencia social y cultural (Torrado, 1998).

En estas definiciones se puede resaltar como la competencia relaciona un conocimiento específico con la experiencia, de tal manera que el saber hacer continua y permanentemente en un contexto perfecciona la competencia, aun cuando los conocimientos adquiridos de ésta sean los consultados inicialmente por el ser competente.

“Las competencias además de un ser, de un saber hacer, es un hacer sabiendo, soportado en múltiples conocimientos que vamos adquiriendo en el transcurso de la vida; es la utilización flexible e inteligente de los conocimientos que poseemos, lo que nos hace competentes frente a tareas específicas” (Torrado, 1998). Es de nota, entonces, que las competencias deben estar soportadas sobre un conocimiento que certifique el saber hacer, es decir para poder hacer se debe demostrar que se sabe, y además refrendado por una experiencia obtenida por la realización oportuna de tareas específicas.

Para Vasco (2003) “Una competencia es una capacidad para el desempeño de tareas relativamente nuevas, en el sentido de que son distintas a las tareas de rutina que se hicieron en clase o que se plantean en contextos distintos de aquellos en los que se enseñaron” (p37). Es de notar que las competencias son aplicadas en diversas situaciones, las cuales pueden ser distintas a las situaciones en las que se aplicaron inicialmente.

Para Bogoya (2000) “Las competencias son una “actuación idónea que emerge en una tarea concreta, en un contexto con sentido, donde hay un conocimiento asimilado con propiedad y el cual actúa para ser aplicado en una situación determinada, de manera suficientemente flexible como para propiciar soluciones variadas y pertinentes” (p.11). Las competencias son aplicadas en un contexto o un medio determinado y a través de éstas se puede llegar a varias soluciones.

En varias de las apreciaciones fundamentales, casi siempre terminan ubicando elementos semejantes que llevan a la conclusión de que las competencias son un conjunto complejo de procesos, que los individuos poseen como recurso para realizar acciones, tareas, actuaciones y resolver problemas de una manera creativa, autónoma y pertinente en un contexto determinado. Además

que el desarrollo de éstas se constituye en un sistema basado en el sujeto, en la realidad, en la interacción, en la adaptación, en la confrontación, lo cual es importante para la toma de decisiones y obtener la experiencia necesaria para enfrentar y resolver situaciones cotidianas en cualquier medio, como el contexto escolar.

La competencia, en el ámbito de la educación escolar, ha de identificar aquello que necesita cualquier persona para dar respuesta a los problemas a los que se enfrentará a lo largo de su vida. Por lo tanto, “la competencia consistirá en la intervención eficaz en los diferentes ámbitos de la vida, mediante acciones en las que se movilizan, al mismo tiempo y de manera interrelacionada, componentes actitudinales, procedimentales y conceptuales”. (Zabala, Arnau, 2008 p.45).

La enseñanza basada en competencias es una oportunidad para el sistema educativo que le permite corregir errores del pasado, dándole a la educación una visión más global e integradora, y que sea el sistema educativo el protagonista en la formación integral de nuevas generaciones capaces de asumir los retos del mundo actual.

Luego de la educación basada en competencias, es posible decir, que “una competencia en la educación, es una convergencia de los comportamientos sociales, afectivos y las habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un papel, un desempeño, una actividad o una tarea” (Argudín, 2010 p4). Es posible inferir que las competencias en la educación se basan en las necesidades, capacidades, potencialidades, habilidades, estilos de aprendizaje, que permitan la apropiación de los conocimientos para usarlo eficaz y positivamente para solucionar problemas en un área determinada.

Hasta ahora hemos hecho un recorrido partiendo desde las competencias en general, pasando por las competencias en la educación, donde se han definido unas competencias básicas para la formación integral. Una de estas competencias básicas es la competencia matemática, la cual es la razón de esta investigación, por lo que la abordaremos a continuación teniendo en cuenta que: “la importancia de las matemáticas es un hecho admitido de modo generalizado, sin embargo, esta realidad que en principio podría ser considerada como un factor de motivación e interés hacia esa materia no lo es, o su incidencia es mínima, si juzgamos el grado de fracaso escolar que producen y manifestaciones de rechazo que sobre ella realizan los alumnos” (Gairin, 1990,p108).

Este rechazo puede ser generado por varios factores asociados a su proceso de enseñanza y aprendizaje, especialmente relacionados con la práctica docente en el aula, como estrategias poco adecuadas y tradicionales que han limitado la apropiación del conocimiento, la poca utilización de éste para generar el interés de su estudio por parte de los estudiantes y poder desarrollar las habilidades de ellos para interpretar, razonar y resolver situaciones, lo cual es fundamental para el desarrollo de las competencias de esta área, “pues las competencias no se alcanzan

por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más elevados". (MEN. 2006 p 46).

Lo anterior supone la apropiación de los conceptos, para poder aplicar los procesos adecuados al enfrentarse a situaciones concretas, relacionando el significado de competencia con el saber hacer.

Para Acevedo y García (2000) en matemáticas, "El significado de competencia se asocia a lo que la gente hace con objetos matemáticos, relaciones, estructuras, procedimientos, formas de razonamiento, es decir representa la construcción personal, en el sentido de uso del conocimiento, lo que hace el estudiante con lo que conoce." Es evidente que el resolver problemas, es un indicador de ser competente en matemáticas. Para Tobón (2006): "Resolver problemas con base en el lenguaje y procedimientos de la matemática" (p67).

Luego el saber hacer se relaciona con el uso de un lenguaje propio de las matemáticas, para poder interpretar, usar significativamente el conocimiento como punto de partida para razonar y argumentar, y resolver un problema del contexto. Es de notar que en esta definición Tobón resalta la importancia del lenguaje propio de las matemáticas, relacionado este con los procesos de comunicación y representación de esta área.

En Colombia uno de los referentes que se tiene para hablar de competencias matemáticas son los establecidos por el ICFES para evaluar los diferentes niveles de educación en ellos se definen las competencias de esta disciplina como: comunicación y representación, razonamiento y argumentación, y modelación, planteamiento y resolución de problemas.

La articulación de las competencias matemática con los procesos establecidos en los estándares básicos de competencia, define la competencia comunicación como **Comunicación y Representación**, que según el ICFES (2007):

Referida ésta, entre otros aspectos, a la capacidad del estudiante para expresar ideas, interpretar, usar materiales físicos y diagramas con ideas matemáticas, modelar usando lenguaje escrito, oral, concreto, pictórico, gráfico y algebraico, manipular diferentes tipos de representación, describir relaciones matemáticas, relacionar proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas, utilizar variables y construir argumentaciones orales y escritas, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones, interpretar lenguaje formal y simbólico y traducir de lenguaje natural al simbólico formal. (p23).

En esta definición se expresa la competencia comunicación y representación, como una herramienta para interpretar y representar ideas de acuerdo al tipo de solución que posee la situación planteada, ya sea desde el punto de vista aritmético, algebraico, estadístico, geométrico, entre otros.

"La comunicación y representación como competencia matemática implica reconocer el lenguaje propio de las matemáticas, usar las nociones y procesos matemáticos en la comunicación, reconocer sus significados, expresar, interpretar y evaluar ideas matemáticas, construir, interpretar y ligar representaciones producir y presentar argumentos". (MEN 2006 p21).

Teniendo en cuenta las características comunes de las definiciones, en esta investigación la competencia "comunicación y representación" matemática será asumida como capacidad y habilidad para comprender y expresar ideas matemáticas en sus diferentes formas de expresión como literal, icónica, pictórico, gráfico, simbólico, entre otros, resaltando la importancia de la apropiación de un lenguaje simbólico del área que permita interpretar la información y situaciones matemáticas expresadas en las formas mencionadas anteriormente.

Luego teniendo en cuenta los referentes teóricos anteriores, surge la necesidad de encontrar un camino apropiado para que los alumnos comprendan el lenguaje matemático, atendiendo a los elementos generales de significado, símbolos y sintaxis, dado que el problema fundamental de la enseñanza de esta asignatura es la construcción del significado para comprender e interpretar las situaciones problemas, es decir, no existe un proceso adecuado para la comunicación y representación efectiva en matemáticas, lo cual se evidenció en el siguiente diagnóstico.

DIAGNÓSTICO CON RELACIÓN A LOS ESTUDIANTES:

La prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de sexto grado de matemática de la Institución Educativa Distrital para el desarrollo de Talento Humano de ambos grupos experimento y el grupo control arrojó los siguientes resultados:

En el primer ítem que evalúa la transición de lenguaje escrito al lenguaje simbólico, describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones en el componente numérico variacional, en el grupo experimento 5 estudiantes respondieron correctamente y 18 respondieron incorrecta. En el grupo control 6 estudiantes respondieron la pregunta correcta y 17 incorrecta.

En el segundo ítem que evalúa que el estudiante relacione materiales físicos con ideas matemáticas, reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros), en el componente numérico variacional y geométrico, en el grupo experimento 10 estudiantes respondieron correctamente y 13 respondieron incorrecta. En el grupo control 8 estudiantes respondieron la pregunta correcta y 15 incorrecta.

En el tercer ítem evalúa interpretación de diagramas estableciendo su relación con ideas matemáticas, para argumentar de forma oral y/o escrita, interpretar cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno escolar, en el componente aleatorio, en el grupo experimento los 8 estudiantes respondieron correctamente

y 15 respondieron incorrecta. En el grupo control 7 estudiantes respondieron la pregunta correcta y 16 incorrecta.

En el cuarto ítem que evalúa la traducción, interpretación y distinción entre diferentes tipos de representaciones, clasificar y organizar la presentación de datos, en el componente aleatorio, en el grupo experimento 7 estudiantes respondieron correctamente y 16 respondieron incorrecta. En el grupo control 11 estudiantes respondieron la pregunta correcta y 12 incorrecta.

En el quinto ítem que evalúa la interpretación analítica del lenguaje pictórico al lenguaje formal matemático, traducir relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente en el componente numérico variacional, en el grupo experimento 4 estudiantes respondieron correctamente y 19 respondieron incorrecta. En el grupo control 3 estudiantes respondieron la pregunta correcta y 20 incorrecta.

Se puede concluir que son notorias las dificultades en la competencia comunicación y representación lo cual le da sentido y pertinencia a esta investigación.

Los estudiantes de sexto grado presentan mayor dificultad para:

La transición de lenguaje escrito al lenguaje simbólico, describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones en el componente numérico variacional.

Relacionar materiales físicos con ideas matemáticas, reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros), en el componente numérico variacional.

La interpretación analítica del lenguaje pictórico al lenguaje formal matemático, traducir relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente en el componente numérico variacional.

Es de notar las dificultades que presentan los estudiantes en la competencia comunicación y representación en matemáticas y relacionada con situaciones del componente numérico variacional, lo cual le da sentido a esta investigación y crea la necesidad de buscar alternativas de solución a esta situación.

DIAGNÓSTICO CON RELACIÓN A LOS DOCENTES

La encuesta está diseñada con doce interrogantes entre preguntas abiertas y cerradas, con el objetivo de determinar el conocimiento de los docentes sobre los lineamientos curriculares en matemáticas y el manejo de competencia específicamente en lo que tiene que ver con comunicación y representación en matemáticas.

Como conclusiones del diagnóstico a docentes se puede señalar lo siguiente:

Los maestros encuestados tienen experiencia en la enseñanza de la matemática en básica primaria y secundaria. Los encuestados evidencian no tener un dominio pleno de los lineamientos curriculares para la enseñanza de la matemática. No existe unidad de criterios entre los encuestados en cuanto a las estrategias a seguir para trabajar la competencia “comunicación y representación” en matemáticas.

Los docentes no enseñan a sus estudiantes estrategias que se constituyan en herramientas para ser utilizadas en el desarrollo de la competencia “comunicación y representación en matemáticas. Aunque los docentes manifiestan dificultades para desarrollar la competencia “comunicación y representación”, se debe generar acciones que motiven y despierten el interés de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas.

CONSTRUCCIÓN DE LA ESTRATEGIA

En esta parte se presentan las evidencias teóricas que sustentan la construcción de la estrategia propuesta en esta investigación, para lo cual se tomaron planteamientos de: Lerma (1999), Bruner (1997), Borges (2001), Palencia y Talavera (2004), Paniagua y González (2010), Gordillo (2006) que han planteado estrategias relacionadas con la interpretación de problemas, el lenguaje simbólico y la representación gráfica, aspectos fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático, referentes teóricos sobre el desarrollo de la competencias matemáticas y aspectos relacionados especialmente con la comunicación y representación en matemáticas.

Una estrategia didáctica debe plantear actividades que favorezcan el proceso de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes, de tal manera que contribuya a la expresión ser matemáticamente competente, lo cual “requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexiones, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas tales como: La matemática son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas” (Estándares Básicos de competencias de matemáticas 2006 p 49 y 50).

Queda establecido nuevamente que para desarrollar competencias matemáticas, se debe dominar su lenguaje y códigos de representación para comprender y traducir los enunciados en modelos, el cual “puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que produce o representa la realidad en forma esquemática para hacerlas más comprensible” (Estándares Básicos de competencias de matemáticas 2006 p 52), lo cual en nuestro contexto escolar podemos traducirlo en una ecuación, o una representación icónica que debe caracterizarse y “se produce para

poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginarios, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar a las demostraciones” (Estándares Básicos de competencias de matemáticas 2006 p 52). De lo anterior podemos inferir que a partir de la competencia comunicación y representación, una correcta traducción de los enunciados a un código de representación favorece la búsqueda de alternativas de solución a un problema, contribuyendo al desarrollo de las otras competencias del área, el razonamiento y la argumentación, y el planteamiento y la solución de problemas.

Desde este punto de vista, una estrategia para desarrollar la competencia comunicación y representación debe:

Asegurar el dominio y enriquecimiento de los códigos de representación de los procedimientos y contenidos. Asegurar que la traducción entre el lenguaje verbal y los códigos matemáticos puede realizarse con soltura, para lo que hay que ejercitar. Enseñar paso a paso las estrategias y algoritmos específicos que exigen las tareas. 4. Valorar y motivar a los estudiantes que aparentemente no están interesados o no son competentes. (Gordillo 2006 p17) .

Aunque Gordillo propone acciones a seguir, no plantea actividades puntuales que operacionalicen sus planteamientos. De estas últimas ideas se puede ver la necesidad de materializar el sentido didáctico a las estrategias planteadas, a través de situaciones que puedan “activar la curiosidad y el interés del alumno en el contenido del tema que se va a tratar o la tarea que va a realizar” (Dueñas et. al 2012 p5). En este caso el interés y la motivación por adquirir un lenguaje apropiado para la actividad matemática.

Luego de acuerdo a lo planteado hasta el momento: el diagnóstico del estado real de la competencia “comunicación y representación” del área de matemáticas en los estudiantes de sexto grado, el diagnóstico de los docentes sobre el conocimiento que tienen ellos acerca de las competencias en el área de matemáticas, y sobre los lineamientos establecidos en Colombia para el desarrollo de la competencia “comunicación y representación” en matemáticas, y los sustentos teóricos descritos, establecen la pertinencia de una propuesta didáctica para desarrollar la competencia “comunicación y representación en matemáticas para estudiantes de sexto grado, tomando como referentes teóricos a Duval (1993), Lerma (1999), Borges (2001), Palencia y Talavera (2004), Paniagua y González (2010) y la estrategia establecida por Gordillo.

Objetivo de la estrategia. Favorecer el desarrollo de la competencia “comunicación y representación” en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Esta estrategia consiste en un conjunto de acciones y actividades dirigidas a favorecer el desarrollo de la competencia “comunicación y representación” en el proceso de enseñanza y aprendizaje de

las matemáticas. Para ello se diseñó una cartilla didáctica para el trabajo con estudiantes de sexto grado, en especial para ser utilizada por aquellos que poseen dificultad en el aprendizaje y en el desarrollo de las competencias matemáticas. Es de notar que este material enfatiza en la competencia comunicación y representación a través de la apropiación del lenguaje y los códigos de representación en matemáticas, así como la manipulación de objetos del medio y del contexto relacionados con el pensamiento numérico y sistema variacional, y su uso implica los siguientes procesos:

1. Para “asegurar el dominio y enriquecimiento de los códigos de representación de los procedimientos y contenidos” Gordillo (2006, p17), se propone una primera sección en la cartilla la cual se denomina “*Me apropio del Saber*”, en ella se presentan contenido teórico para que el estudiante se apropie del lenguaje simbólico, gráfico y los códigos de representación de la matemática de sexto grado, tomando como componente conceptual el pensamiento numérico variacional.

Se tomará “el pensamiento numérico como un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no sólo éste, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, etcétera”. (Estándares curriculares de matemática p26) y sus diferentes representaciones. Desde esta perspectiva es posible desarrollar los demás pensamientos matemáticos, dado que en éstos se involucran las operaciones numéricas y la utilización de los números como símbolos de representación en diversas situaciones. En cuanto al pensamiento variacional, se tendrán en cuenta “los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las expresiones analíticas”. (Estándares curriculares de matemática p50).

Para “asegurar que la traducción entre el lenguaje verbal y los códigos matemáticos puede realizarse con soltura” (Gordillo 2006, p17), se involucran actividades de interés para motivar en los estudiantes la práctica la ejercitación y modelación procesos matemáticos importantes para retroalimentar los conocimientos, y así de esta manera consolidar su asimilación, comprensión y apropiación adecuada. Estas actividades se caracterizan por: - Mostrar el objetivo que se espera con la realización adecuada de cada actividad- Activar la curiosidad y el interés del estudiante hacia los contenidos.- Presentar información nueva, que llame la atención con los conocimientos previos del estudiante.- Relacionar los contenidos mediante el uso del lenguaje y códigos de representación y - Relacionar las situaciones con las experiencias, conocimientos previos y valores del estudiante.

Dentro de las actividades propuestas se plantean: Sopas de letras, crucigramas, glosarios, entre otras.

- Para “enseñar paso a paso las estrategias y algoritmos específicos que exigen las tareas”, en la segunda sección llamada “Aplicando el saber”, contiene situaciones problemas resueltas y propuestas para que el estudiante tenga en cuenta pasos a seguir para la transición de lenguaje escrito al lenguaje simbólico, o viceversa, del lenguaje gráfico al gráfico, textual o simbólico relacionadas con el pensamiento numérico variacional.

Problemas planteados en lenguaje textual:

Leo el problema, Identifico y defino las variables que intervienen en el problema, Separo el problema en las oraciones informativas y las interrogativas, Traduzco las oraciones al lenguaje simbólico matemático, Escribo el modelo matemático de la situación y presento el problema con gráficas o icónicos.

Para la interpretación analítica del lenguaje pictórico al lenguaje formal matemático, traducir relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente en el componente numérico variacional (Gráficas, diagramas, pictogramas). Así como el relacionar materiales físicos con ideas matemáticas, reconocer significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros, se proponen los siguientes pasos a seguir.

Identifico el tipo de gráfico o icónico, Identifico la variable y el interrogante, Leo y escribo lo que dice el gráfico, Verifico si los datos que se representan conducen a resultados. Resuelvo los interrogantes con un sentido lógico.

En sección además busca que el estudiante tenga en cuenta que un problema se puede representar de tantas formas como sea necesario (verbal, simbólica, gráfica o manipulativa), además se enfatiza en la autonomía, en el trabajo cooperativo y el respeto a los aportes y opiniones de los demás.

- El último de los aspectos expuestos por Gordillo, en el cuál se debe “valorar y motivar a los estudiantes que aparentemente no están interesados o no son competentes”. Cabe destacar que en la primera sección de la cartilla se trabaja la motivación y el interés de los estudiantes, para valorar las competencias de los estudiantes se cuenta con dos evaluaciones: “Soy matemáticamente competente” y “evaluando mis competencias”, el estudiante tendrá la oportunidad de enfrentarse a serie de problemas tipo pruebas saber que le permitan determinar su nivel de desempeño en la competencia comunicación y representación en matemáticas. En esta sección se incentiva el interés y motivación para el trabajo individual y personal, por parte del estudiante.

También teniendo en cuenta que las competencias se evalúan a través del desempeño, estas evaluaciones le permitirán al

docente valorar el desarrollo de la competencia en cada estudiante, determinar avances y/o dificultades, y poder aplicar el carácter formativo de la evaluación para implementar planes de mejoramiento, de afianzamiento o profundización cuando sea necesario, a través de la misma cartilla.

En esta sección también se presenta un modelo de actividad para desarrollar competencias matemáticas fundamentadas en la lectura de gráficos y tablas, estableciendo a través de ésta un significado didáctico al desarrollo de la misma. Esta actividad es una propuesta para el profesor.

METODOLOGÍA PARA LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA

La metodología de esta investigación consta de tres etapas, que se describen a continuación:

Etapas 1: Se aplicó un pretest al grupo control y al grupo experimental con el objetivo de determinar el nivel de desarrollo de la competencia comunicación y representación en matemáticas de los estudiantes de sexto grado.

Etapas 2: Esta etapa tiene como objetivo la preparación y capacitación de los estudiantes del grupo experimental sobre los pasos de la estrategia para desarrollar la competencia comunicación y representación de matemáticas

Para la introducción de la estrategia, se explicó a los estudiantes del grupo experimental los pasos, como se planteó en la sección aplicando el saber de la cartilla, resaltando cada una de las acciones que deben afianzar, que les permitan identificar y comprender la importancia de ser ordenado con el pensamiento a la hora de interpretar y plantear modelos matemáticos que conduzcan a resolver problemas. Posteriormente se realiza una puesta en común con los estudiantes para lograr una mejor interiorización por parte de los mismos y erradicar cualquier duda o no comprensión de los pasos establecidos en la estrategia. Además se les entregó la cartilla para su preparación y estudio personal.

En esta etapa también se aplicó con los estudiantes la estrategia para desarrollar la competencia comunicación y representación en matemáticas, para interpretar y plantear modelos matemáticos que conduzcan a una solución de un problema.

Para lo anterior se explicó inicialmente el ejemplo 1, teniendo en cuenta que los ejemplos de la cartilla están ordenados de menor a mayor complejidad, se hizo énfasis en los aspectos relevantes de este ejemplo como analizar y comprender los pasos y las acciones pertinentes para su solución. Para asegurar que los estudiantes puedan recordar los aspectos relevantes y los pasos analizados, seguidamente se explicaron los ejemplos 2 y 3 en los cuales además se identificó los diferentes contextos en los que se pueden plantear y solucionar problemas. Esta etapa permitió lograr una apropiación y afianzamiento del proceso para ser utilizado

como una herramienta fundamental para interpretar y plantear soluciones a los problemas.

Es de resaltar que en esta etapa algunos estudiante compartieron desde su punto de vista el planteamiento y la forma de explicar la estrategia para una mayor comprensión del grupo dejando establecido el respeto a los aportes y a las ideas de los demás lo cual es fundamental en las relaciones interpersonales, y para el trabajo productivo, colaborativo y cooperativo.

Además con estos ejemplos se buscó que los estudiantes reflexionaran y buscaran sus posibilidades de respuesta para favorecer el desarrollo de competencias y minimizar las tendencias propias de la mecánica tradicional en la resolución de problemas.

Etapa3: En esta etapa tiene como objetivo la evaluación de la estrategia explicada a los estudiantes por medio de un postest que permitió recoger evidencia y resultados sobre la aplicación de la estrategia tanto en el grupo control como el grupo experimental. En esta etapa se le aplicó el postest a cada estudiante favoreciéndolos con un tiempo pertinente, teniendo en cuenta que cada uno de ellos puede desarrollar sus competencias de una forma diferente, en menor o mayor tiempo haciendo énfasis en que los más competentes deben mostrar mayor habilidad y agilidad para resolver problemas.

Instrucciones para la implementación de la cartilla como medio de operacionalización de la estrategia en el aula de clases.

Para el profesor: La cartilla para desarrollar la competencia comunicación y representación, es una estrategia didáctica que implica reconocer el lenguaje propio de las matemáticas, usar las nociones y procesos matemáticos en la comunicación, reconocer sus significados, expresar, interpretar y evaluar ideas matemáticas, construir, interpretar y ligar representaciones producir y presentar argumentos”. (MEN 2006 p21). Por lo que es importante que el profesor comprenda el significado de la competencia a desarrollar, para orientar y motivar al estudiante para que se apropie de los contenidos fundamentales sobre lenguaje y códigos de representación de las matemáticas, así como identificar las dificultades que puedan tener éstos en el manejo de esta sección de la cartilla. También es necesario que el docente evalúe esta sección por medio de las actividades que se plantean (Sopa de letras, crucigrama y emparejamiento).

Para la explicación de la estrategia el docente se debe apoyar en los ejemplos resueltos haciendo énfasis en cada una de las acciones descritas en la sección aplico el conocimiento. Estos ejemplos plantean en sentido general el tipo de problemas a resolver, entre éstos problemas textuales y problemas con gráficos. También es necesaria que cada acción de esta etapa sea evaluada por medio de las actividades propuestas, las cuales nos representan operaciones y soluciones numéricas en diversos contextos. La tercera sección, soy matemáticamente competente es desarrollada

completamente por el estudiante. La última sección de la cartilla contiene una propuesta de actividad para desarrollar la competencia comunicación y representación durante los procesos de las clases, con diversas formas de plantear las situaciones problemas, y en diferentes contextos y representaciones que le imprimen un sentido diferente al de los problemas tradicionales de esta área.

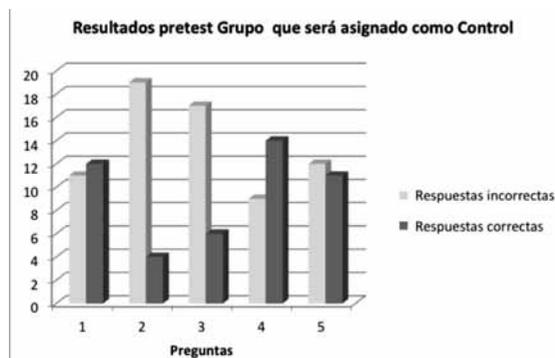
Para el estudiante: Teniendo en cuenta el concepto de competencia como parte de una capacidad para el desempeño de tareas relativamente nuevas que se hacen en clase o que se plantean en contextos distintos de aquellos en los que se enseñaron. Además las competencias requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más elevados. El estudiante debe asumir una actitud positiva y dirigida para realizar las actividades planteadas en la sección soy matemáticamente competente. Con el desarrollo de esta sección un estudiante puede autoevaluar su desempeño para resolver problemas y utilizar estos resultados para realimentar sus conocimientos y los procesos propios del área que le permitan alcanzar el nivel de ser matemáticamente competente. La cartilla debe ser un instrumento de uso continuo y permanente por parte del estudiante, lo cual le permitirá asumir una actitud diferente hacia aprendizaje y enseñanza de ésta área.

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para valorar la propuesta, se diseñó un cuasiexperimento con dos grupos intactos, uno control y otro experimental con pretest que permita evidenciar si los dos grupos que se asignarán como control y experimental son equiparable e cuanto a desempeño matemático y el postest .comparativo entre los grupos control y experimental después de aplicado e tratamiento de estrategia didáctica diseñado.

Los resultados del pretest fueron valorados a partir del desempeño según el número de respuestas correctas contra incorrectas, así como SIEE de la institución. Estos resultados son los siguientes.

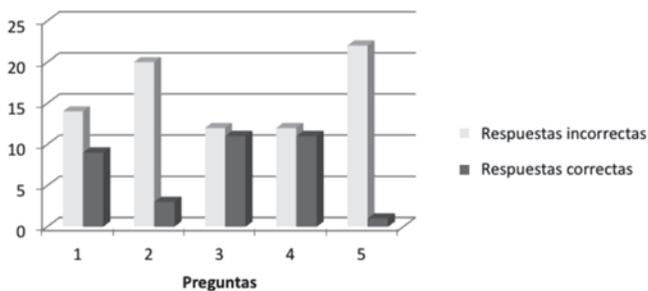
Gráfico 4. Resultado pretest Grupo que será asignado como Control



Fuente: Elaborado por el Equipo investigador

En la gráfica se observa los resultados del pretest del grupo control en el cual en el primer ítem 12 estudiantes respondieron correctamente y 11 respondieron incorrecta. En el segundo ítem 4 estudiantes respondieron correctamente y 19 respondieron incorrecta. En el tercer ítem 6 estudiantes respondieron correctamente y 17 respondieron incorrecta. En el cuarto ítem 14 estudiantes respondieron correctamente y 9 respondieron incorrecta. En el quinto ítem 11 estudiantes respondieron correctamente y 12 respondieron incorrecta.

Gráfico 5. Resultado pretest Grupo que será asignado como Experimental

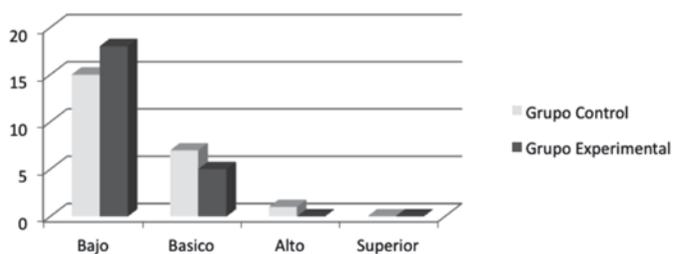


Fuente: Elaborado por el Equipo investigador

En la gráfica se observa los resultados del pretest del grupo experimental en el cual en el primer ítem 9 estudiantes respondieron correctamente y 14 respondieron incorrecta. En el segundo ítem 3 estudiantes respondieron correctamente y 20 respondieron incorrecta. En el tercer ítem 11 estudiantes respondieron correctamente y 12 respondieron incorrecta. En el cuarto ítem 11 estudiantes respondieron correctamente y 12 respondieron incorrecta. En el quinto ítem 1 estudiante respondió correctamente y 22 respondieron incorrecta.

En estos resultados se identifican las dificultades de ambos grupos al resolver situaciones relacionadas con la competencia comunicación y representación en matemáticas.

Gráfico 6. Desempeño en la aplicación del Pretest para el Grupo que será asignado como Control y el que será asignado como Experimental

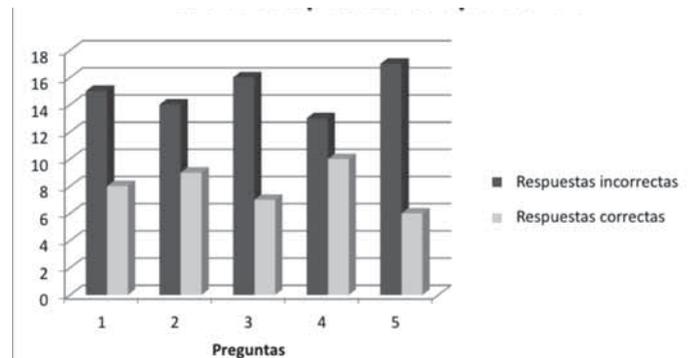


Fuente: Elaborado por el Equipo investigador

En la gráfica se puede observar la comparación de los resultados del pretest de ambos grupos control y experimental, en la cual 15 estudiantes del grupo control correspondientes al 65.2%, y 14 estudiantes del grupo experimental correspondientes al 60.9 % se encuentran en desempeño bajo; 7 estudiantes del grupo control correspondientes al 30.4%, y 5 estudiantes del grupo experimental correspondientes al 21.7 % se encuentran en desempeño básico; y solamente un (1) estudiante del grupo control correspondientes al 4.3% se encuentra en desempeño alto. Es de resaltar que en esta prueba, ningún estudiante de ambos grupos obtuvo un desempeño superior, pero si 4 estudiantes del grupo experimental, es decir 17.4 % obtuvo un desempeño inferior, el cual no se observa en la gráfica. **A partir de estos resultados se puede concluir que no existen diferencias significativas entre los grupos en cuanto a los desempeños obtenidos. Por ello al ser equiparables los dos grupos de estudiantes, en cuanto a desempeño matemático, se procede a aplicarle el tratamiento de la estrategia didáctica, al grupo asignado como experimental.**

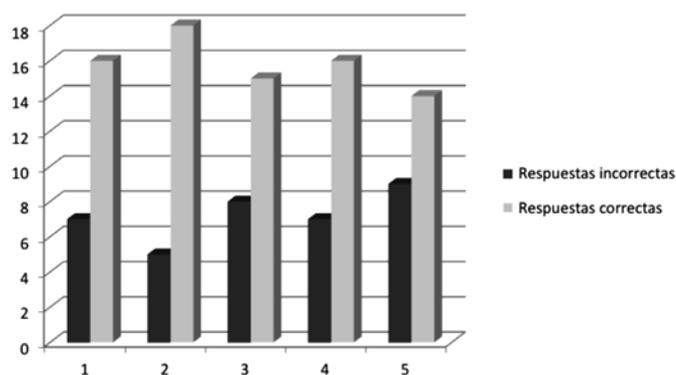
Después de la aplicación de la estrategia didáctica como el tratamiento, los resultados fueron también valorados a partir del desempeño según el número de respuestas correctas contra incorrectas, así como SIEE de la institución. Estos resultados son los siguientes.

Gráfico 7. Resultados posttest Grupo Control



Fuente: Elaborado por el equipo investigador.

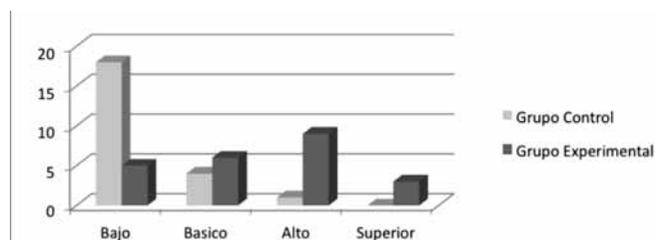
En la gráfica se observa los resultados del posttest del grupo control, en el cual en el ítem 1 ocho (8) estudiantes respondieron correctamente y 15 respondieron incorrecta. En el ítem 2 nueve (9) estudiantes respondieron correctamente y 14 respondieron incorrecta. En el ítem 3 siete (7) estudiantes respondieron correctamente y 16 respondieron incorrecta. En el cuarto ítem 10 estudiantes respondieron correctamente y 13 respondieron incorrecta. En el quinto ítem 6 estudiantes respondieron correctamente y 17 respondieron incorrecta.

Gráfico 8. Resultados Postest Grupo Experimental

Fuente: Elaborado por el equipo investigador.

En la gráfica se observa los resultados del postest del grupo experimental en el cual en el primer ítem 16 estudiantes respondieron correctamente y 7 respondieron incorrecta. En el segundo ítem 18 estudiantes respondieron correctamente y 5 respondieron incorrecta. En el tercer ítem 15 estudiantes respondieron correctamente y 8 respondieron incorrecta. En el cuarto ítem 16 estudiantes respondieron correctamente y 7 respondieron incorrecta. En el quinto ítem 14 estudiantes respondieron correctamente y 9 respondieron incorrecta.

Con estos resultados se evidencia un cambio importante en cuanto a los desempeños de los estudiantes, lo cual se puede observar en la siguiente gráfica de comparación de resultados.

Gráfico 9. Desempeño en la aplicación del Postest Grupo Control y Experimental

Fuente: Elaborado por el equipo investigador

En la gráfica se puede observar la comparación de los resultados del postest de ambos grupos control y experimental, en la cual 16 estudiantes del grupo control correspondientes al 69.6%, y solamente 5 estudiantes del grupo experimental correspondientes al 21.7% se encuentran en desempeño bajo; 4 estudiantes del grupo control correspondientes al 17.4%, y 6 estudiantes del grupo experimental correspondientes al 26.1% se encuentran en desempeño básico; un (1) estudiante del grupo control correspondientes al 4.3% y 9 estudiantes del grupo experimental correspondientes al 39.1% se encuentra en desempeño alto; ningún estudiante del grupo control obtuvo desempeño superior, en cuanto al grupo

experimental 3 estudiantes correspondientes al 13% si obtuvieron desempeño superior, además en esta prueba 2 estudiantes del grupo experimental, es decir 8.7% obtuvo un desempeño inferior, el cual no se observa en la gráfica. Luego a partir de estos resultados se puede concluir que existen diferencias significativas entre los grupos en cuanto a los desempeños obtenidos.

De estos resultados también se tienen sus registros estadísticos, con la prueba no paramétrica, de Mann-Whitney y. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Pruebas no paramétricas: Prueba de Mann-Whitney

Cuadro 8. Prueba de Mann-Whitney

Rangos				
	Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos
Pretest	Control	23	26.28	604.50
	Experimental	23	20.72	476.50
	Total	46		
Postest	Control	23	14.93	343.50
	Experimental	23	32.07	737.50
	Total	46		

Fuente: Software estadístico SPSS

Cuadro 9. Estadísticos de contraste^a

	Pretest	Postest
U de Mann-Whitney	200.500	67.500
W de Wilcoxon	476.500	343.500
Z	-1.471	-4.433
Sig. asintót. (bilateral)	.141	.000

^a. Variable de agrupación: Grupo.

Fuente: Software estadístico SPSS

El nivel de significación escogido para el procesamiento de estos resultados fue $\alpha=0,05$.

Hipótesis estadísticas

H_0 : No existen diferencias significativas entre el grupo experimental y el control en los resultados obtenidos en las calificaciones de matemáticas.

H_1 : Existen diferencias significativas entre el grupo experimental y el control en los resultados obtenidos en las calificaciones de matemáticas.

Conclusiones desde el cuasiexperimento

Analizando los resultados de pretest como se puede apreciar el nivel de significación asintótica es 0,141 mayor que 0,05 por lo que no se puede rechazar la hipótesis nula y se concluye que *la muestra proporciona evidencias suficientes para afirmar con un 95% de confianza que no existen diferencias significativas entre el grupo que será sometido al tratamiento y el grupo que servirá de control en cuanto a los resultados en el pretest para la evaluación de la competencia comunicación y representación en matemáticas, antes de comenzar el tratamiento.*

Cuando se interpretan los resultados de postest se obtiene que el nivel de significación asintótica es 0,00 menor que 0,05 y se rechaza la hipótesis nula entonces se puede concluir que *la muestra proporciona evidencias suficientes para afirmar con un 95% de confianza que existen diferencias significativas entre el grupo experimental y control, los cuales eran inicialmente equiparable, en cuanto a la evaluación de la competencia comunicación y representación en matemáticas permitiendo afirmar que el tratamiento fue efectivo en el grupo experimental en comparación con el control.*

Conclusión Interpretativa fundamentada en los resultados de los instrumentos y prueba aplicados

Una estrategia fundamentada en la apropiación del lenguaje simbólico y los códigos de representación en matemáticas contribuye de manera significativa al desarrollo de la competencia comunicación y representación en matemáticas.

Para el desarrollo de la competencia y comunicación en matemáticas los problemas de aplicación deben relacionar los contenidos mediante el uso del lenguaje y códigos de representación, y además las situaciones con experiencias, conocimientos previos y valores del estudiante, que motiven y activen la curiosidad hacia el aprendizaje de esta área.

Se estableció la importancia que tiene el desarrollo de competencias matemáticas, cuando se enlaza con la comunicación y representación, como punto de partida para comprender, interpretar y plantear modelos matemáticos que conlleven a solucionar problemas, por lo que se resalta la apropiación del lenguaje simbólico y códigos de representación de esta área del conocimiento.

Además, cuando se presenta la aplicación de una estrategia adecuada para desarrollar la competencia y la comunicación y representación en matemáticas, (fundamentada en la apropiación del lenguaje simbólico y los códigos de representación de esta área y que orienta las acciones y pasos para solucionar problemas), se está favoreciendo significativamente el desempeño de los estudiantes en esta área.

Fue importante el aporte a la didáctica de las matemáticas, con la presentación de un contenido y actividades diferentes, a las

planteadas tradicionalmente, de tal manera que el estudiante pueda realizarlas con una actitud diferente hacia el área y así lograr que el aprendizaje fuera significativo para el desempeño en competencias matemáticas.

REFERENCIAS

- Argudin, Y. (2010). *Educación basada en competencias*. p4. Recuperado de http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/bdigital/008_Educacion_basada_en_competencias.pdf
- Bogoya, D. (2000) Una prueba de evaluación de competencias académicas como proyecto. En *Competencias y proyecto pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá D. C: Unibiblos.
- Colombia. (2006). *Estándares básicos de competencias de matemáticas*. Documento N° 3. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Colombia. MEN. (2003). *Informe, Resumen Ejecutivo, Third International Mathematics and Science Study*.
- Colombia. ICFES. (2007). *Base de datos internacional TIMSS, Cálculos de la Dirección de Evaluación del Icfes*.
- Colombia. ICFES. (2009). *Informe Resultados Nacionales Prueba Saber. Resumen Ejecutivo*.
- Colombia. ICFES. (2009). *Informe Resultados Nacionales Prueba Saber. Institución Educativa Distrital para el Desarrollo del Talento Humano*.
- Colombia. ICFES. (2012). *Informe Resultados Nacionales Prueba Saber. Institución Educativa Distrital para el Desarrollo del Talento Humano*.
- Colombia. (2007). *Base de datos internacional TIMSS 2007*. Cálculos de la Dirección de Evaluación del ICFES.
- Colombia. (2009). *Informe Saber 5º y 9º 2009. Resultados Nacionales*. Resumen Ejecutivo. Gráfico 3. Pag 14.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2da edición). Cali Colombia: Peter Lang.
- Franco, A., Osorio, V., Rincón, M. y Tatis D. (2009). El conocimiento pedagógico del contenido y la práctica docente en función de los procesos de resolución de problemas y el uso por los estudiantes, en el marco de la clase para pensar. Trabajo de investigación para optar el título de magister en educación con énfasis en cognición. Universidad del Norte. Barranquilla. Recuperado de: http://manglar.uninorte.edu.co/ttg/Posgrado/Maestría_educación/9558.pdf.
- Garín, J. (1990). *Actitudes en educación, un estudio sobre educación*. Barcelona: Boixareu universitaria.
- Goñi, J y Planas, N. (2011). *Comunicación, Interacción y lenguaje en la clase de matemáticas*. Barcelona: Grao.
- Gómez, I. (2000). *Matemática Emocional, los efectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Ediciones Narcea.
- Gordillo, J. (2006). *Ingenio matemático de sexto grado, guía de docencia*. Bogotá D.C: Editorial Voluntad.
- México. Secretaria de educación pública SEP (2009). *Referentes sobre la noción de competencias en el plan y los programas de estudio*. Recuperado de <http://www.santillana.com.mx/rieb2/>

- contenido_rieb/ORIENTACION/COMPETENCAS%20EN%20EL%20PLAN%202009.pdf
- NCTM (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1125/1/73_Sfard2001Equilibrar_RevEMA.pdf
- OCDE. (2002). Definition and Selection of Key Competencies. Executive Summary. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf>
<http://search.proquest.com/docview/1240994387?accountid=44025>. Informe OCDE prueba Pisa.
- Posso, A. y González, G (2008). *El proceso de enseñanza –aprendizaje de las operaciones básicas en matemáticas. Entre Ciencia e Ingeniería*, ISSN 1909-8367 Año 2. No. 4
- Ramírez, A. (2009). *La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en secundaria*. Tesis de maestría publicada. Universidad Autónoma de Barcelona, España. Recuperado de <http://edumat.uab.cat/didactica/files/compartits/angela-ramirez.pdf>
- Tobón, S. (2006). *Formación basada en competencias, pensamiento complejo, diseño y didáctica*. (2da edición). Bogotá D.C: Ediciones Ecoe.
- Tobón, S., Rial, A., Carretero, M & García, J. (2006). *Competencias, calidad y educación superior*. Bogotá: Editorial Magisterio Principio del formulario
- Torrado, M. (1998). *De la evaluación de aptitudes a la evaluación de competencias*. Icfes. Bogotá D.C.
- Vasco, C. (2003): Objetivos específicos, indicadores de logros y competencias ¿Y ahora estándares? *Educación y Cultura*, Pág. 37.
- Vieyra, M. (2010). *Comunicación matemática en las primeras edades: representación de problemas aritméticos*: Tesis de maestría publicada, Universidad Autónoma de Barcelona, España. Recuperado de <http://www.uab.cat/servlet/Satellite/recerca/BlobServer?blobtable=Document&blobcol=urldocument&blobheader=application/pdf&blobkey=id&blobwhere=1300118183268&blobnocache=true>
- Zabala, A & Arnau, L (2008). *11 ideas claves: Cómo aprender y enseñar competencias*. Barcelona: Grao.