

Discusiones de estudiantes universitarios sobre el uso de modelos logístico y lineal generalizado para describir el estallido social en Colombia



Cómo citar este artículo:

Gómez, J. & Villa, J. (2024) Discusiones de estudiantes universitarios sobre el uso de modelos logístico y lineal generalizado para describir el estallido social en Colombia. Revista Encuentros, Vol. 22-03 de 2024.

DOI: 10.15665/encuent.v22i03-Julio-dic..3322

Jainer Andrés Gómez Chavarro
Universidad del Valle
jainer.gomez@correounivalle.edu.co
<https://orcid.org/0009-0001-0495-2469>
Jhony Alexander Villa Ochoa
Universidad de Antioquia
jhony.villa@udea.edu.co
<https://orcid.org/0000-0003-2950-1362>

Recibido: agosto 28, 2023 / Aceptado: octubre 1, 2024

RESUMEN

Este artículo informa sobre discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas que estudiantes universitarios hacen cuando analizan modelos que describen diversos elementos implicados en el estallido social que tuvo lugar en Colombia durante el 2021. A partir de la Educación Matemática Crítica y la perspectiva socio-crítica de la modelación, se realizó el estudio de dos casos. Los participantes estudiaron factores del estallido social apoyados en el uso de lenguajes de programación como Python, Rstudio, Wolfram Alpha junto con herramientas del cálculo integral, diferencial y ecuaciones diferenciales. A través del análisis temático se analizaron las entrevistas y otros materiales producidos por los estudiantes. Los resultados obtenidos dejan en evidencia los diferentes enfoques de las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas, las cuales están relacionadas con los aprendizajes adquiridos durante la formación en la universidad; para cada caso, se detallan las particularidades, aplicaciones, interpretaciones, evaluaciones y usos de los modelos matemáticos.

Palabras clave: Modelos matemáticos; Perspectiva sociocrítica; Función logística; Discusiones matemáticas, Discusiones tecnológicas, Discusiones reflexivas.

Discussions by university students about the use of logistic and generalized linear models to describe the social outbreak in Colombia

ABSTRACT

This article analyzes the use of mathematical models in statistics and mathematics undergraduate students at the Universidad del Valle to generate mathematical, technological and reflective discussions, when studying a model that describes some factors present in the social outburst occurred during 2021 in Colombia. Through qualitative methodology and case study, interviews conducted using Critical

Mathematics Education and the socio-critical perspective of modeling were examined. The study of these factors was supported by the use of programming languages such as Python, Rstudio, Wolfram Alpha together with tools such as integral and differential calculus and differential equations. The results obtained show the different approaches to mathematical, technological and reflective discussions, which are related to the competences acquired during professional training; for each case, the particularities, applications, interpretations, evaluations and uses of mathematical models are detailed.

Keywords: Mathematical models; Sociocritical perspective; Logistics function; Mathematical discussions, Technological discussions, Reflective discussions.

Discussões de estudantes universitários sobre o uso de modelos logísticos e lineares generalizados para descrever o surto social na Colômbia

RESUMO

Este artigo relata as discussões matemáticas, tecnológicas e reflexivas que estudantes universitários realizam ao analisar modelos que descrevem vários elementos envolvidos na revolta social que ocorreu na Colômbia durante 2021. Com base na Educação Matemática Crítica e na perspectiva sócio-crítica da modelagem, o foi realizado estudo de dois casos. Os participantes estudaram fatores do surto social apoiados no uso de linguagens de programação como Python, Rstudio, Wolfram Alpha junto com ferramentas de cálculo integral, equações diferenciais e diferenciais. Por meio da análise temática, foram analisadas as entrevistas e demais materiais produzidos pelos alunos. Os resultados obtidos revelam as diferentes abordagens das discussões matemáticas, tecnológicas e reflexivas, que estão relacionadas com as aprendizagens adquiridas durante a formação na universidade; Para cada caso são detalhadas as particularidades, aplicações, interpretações, avaliações e usos dos modelos matemáticos.

Palavras-chave: Modelos matemáticos; Perspectiva sociocrítica; Função logística; Discussões matemáticas, Discussões tecnológicas, Discussões reflexivas.

1. Introducción

La modelación matemática puede concebirse como práctica científica y profesional en el ámbito de las ciencias y las matemáticas; también se concibe como un dominio de investigación en educación matemática (Niss et al., 2007; Villa-Ochoa et al., 2022). Como dominio de la educación matemática, se ocupa de investigar factores asociados al uso y construcción de modelos, aplicaciones, relaciones interdisciplinarias, la enseñanza, el aprendizaje de las matemáticas, el desarrollo de competencias de modelación, entre otros (Villa-Ochoa et al., 2022; Cevikbas, 2022; Carmona-Mesa et al., 2020).

El estudio de los modelos y la modelación matemática es una recomendación en la mayoría de los currículos alrededor del mundo; sin embargo, no existe una comprensión homogénea de la modelación ni de sus alcances, tareas y formas de integración en la cotidianidad escolar (Kaiser, 2017). La investigación educativa sobre la producción y uso de modelos abarca diferentes niveles de escolaridad; por ejemplo, se

ha utilizado para promover una enseñanza de las matemáticas articulada a los significados propios de la formación en ingeniería (Sepúlveda et al., 2020), para promover reflexiones, relaciones interdisciplinarias y la participación en educación primaria (Parra-Zapata et al., 2016; Ocampo-Arenas y Parra-Zapata et al., 2022) y para generar reflexiones sobre sus posibilidades de uso crítico en el aula y en la sociedad (Christiansen, 2001; 1999). Aunque existen comunidades para quienes el significado de los modelos se inscribe en un sistema consistente de ecuaciones (Borromeo, 2021), también es cierto que existen otros significados que los vinculan con las representaciones mentales (Vasco, 2006).

Con respecto al uso crítico, Christiansen (1999) señala que la modelación es una actividad necesaria en el aula para lograr descubrir diferentes maneras en las que el uso de las matemáticas puede influir en la sociedad. Estas funciones se dan sentido a una actividad reflexiva asociada a la modelación; es decir, la modelación puede verse como la base inicial de aquellas reflexiones que permitan formar opiniones y, por tanto, participar activamente en una democracia. En la misma dirección, la autora apunta que al someter a los estudiantes a participaciones que promuevan las discusiones generales sobre los modelos y su evaluación, se puede desarrollar actitudes críticas frente a los modelos, dejando en manifiesto que involucrarse en la modelación no es el único medio para promover la competencia crítica (Christiansen, 2001). Además de la competencia crítica, resulta necesario las actividades matemáticas y tecnológicas de los modelos matemáticos. Para Christiansen (1999), estas actividades son consideradas fundamentales para distinguir entre la crítica del modelo y la crítica del uso del modelo, dejando así en evidencia la credibilidad del modelo o la credibilidad de las decisiones políticas.

La modelación matemática, desde la perspectiva socio-crítica, está relacionada con objetivos pedagógicos que buscan una comprensión crítica del mundo (Araújo, 2009). Esta perspectiva se fundamenta en la Educación Matemática Crítica, la cual centra su mirada en la competencia crítica; destacando la importancia de analizar las diversas discusiones generadas a partir del uso de las matemáticas. Esto debido a que una de las principales preocupaciones de la Educación Matemática Crítica aborda las matemáticas en sus diferentes formas de aplicaciones y prácticas; donde las acciones basadas en las matemáticas pueden tener todo tipo de cualidades, siendo arriesgadas, confiables, peligrosas, sospechosas, engañosas, costosas, brutales, lucrativas, entre otras (Skovsmose, 2020). En ese sentido, esta investigación está enfocada en analizar cómo los futuros profesionales usan modelos matemáticos para describir algunas situaciones sociales.

Antecedentes conceptuales

En esta sección se describen los aspectos conceptuales y contextuales que se tuvieron en cuenta en la investigación; por tanto, se presentan consideraciones sobre la modelación matemática en la perspectiva socio-crítica, luego, se describen las comprensiones de las discusiones matemática, tecnológicas y reflexivas; de manera posterior, se ofrecen algunas de sus características y, finalmente, se expone una descripción del estallido social en Colombia en 2021 como un contexto sobre el cual se fundamenta este estudio.

Los modelos y la modelación en una perspectiva socio-crítica.

La Educación Matemática Crítica se enmarca en una filosofía de la Educación Matemática, donde se preocupa por “fomentar una formación en matemáticas que respalde la democracia, lo que implica que el entorno micro social del aula de matemáticas debe incorporar elementos democráticos” (Christiansen, 2001, pp.4-5, traducido del inglés). La Educación Matemática Crítica tiene por objetivo establecer un enfoque educativo en matemáticas que dirija la atención hacia diversas fenomenologías sociales, permitiendo su comprensión e identificación de los elementos que influyen en ellas. Al mismo tiempo,

busca responder a las problemáticas sociales, generando soluciones y oportunidades para una acción colectiva como respuesta a situaciones de crisis (Agostinho y Reis, 2021). Para Silva y Kato (2012), la modelación matemática posibilita que los estudiantes generen numerosas discusiones que trascienden el aula, con el propósito de movilizar las discusiones del aula a su entorno diario. Esto, a su vez, les permite desarrollar una conciencia acerca de su función en la sociedad y adquirir diversas perspectivas para interpretar el mundo.

Esta perspectiva es coherente con la noción de alfabetización matemática como una competencia similar y sustentada en la alfabetización descrita por Paulo Freire. Esta alfabetización matemática no sólo hace referencia a las destrezas y habilidades matemáticas, sino también a las diferentes competencias para interpretar y actuar en situaciones de carácter político-social que han sido estructuradas por las matemáticas (Skovsmose, 2012). Es por esto que la matemática crítica busca desarrollar la capacidad que tiene cada individuo para usar y reflexionar sobre el uso de las matemáticas en diferentes contextos de la sociedad donde se haga uso (Skovsmose, 2016).

Discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas en la modelación matemática.

Existe a nivel general una comprensión de las matemáticas como una disciplina abstracta organizada por principios lógicos y estructuras abstractas. Por el contrario, en el ámbito educativo, se busca trascender esta noción para dar sentido a las aplicaciones y usos de la matemática en la resolución de problemas en diferentes contextos (Villa-Ochoa et al., 2022). Para Skovsmose (2023), la matemática puede entenderse como un conjunto de procedimientos y conceptos que ofrecen una comprensión profunda del mundo, a pesar de que a menudo son percibidos como simples y desaparecen como si fueran actos de magia. Los procesos tecnológicos abarcan los métodos, herramientas y habilidades necesarios para construir modelos y comprender las maquinarias; en consecuencia, estos procesos permiten la interpretación de la tecnología como un requisito esencial para la estructuración de la sociedad. En otras palabras, los procesos tecnológicos están vinculados con los métodos de formación y aplicación de las matemáticas (Méndez y Aguilar, 2022).

Para Skovsmose (1999), se debe ofrecer oportunidades para el desarrollo de una competencia democrática.

Esta competencia incluye al conocimiento matemático que son las habilidades matemáticas para reproducir pensamientos matemáticos, teoremas y demostraciones, para ejecutar algoritmos y realizar cálculos y para inventar y descubrir nuevas matemáticas; al conocimiento tecnológico que es la habilidad de aplicar las matemáticas y los métodos formales para el logro de fines tecnológicos; y el conocimiento reflexivo en sí que tiene que ver con la evaluación y la discusión general de lo que se puede identificar como un fin tecnológico y con las consecuencias éticas y sociales de lograr tal fin con las herramientas seleccionadas (Valero, 1999, pp. XV- XVI).

Para Skovsmose (1999), el conocimiento tecnológico es el conocimiento necesario para desarrollar y usar la tecnología, es un conocimiento que incluye no sólo conocimiento implícito y verbalizado, en el sentido usual de la palabra, sino también una variedad de competencias para realizar ciertas acciones. Por su parte, el conocimiento reflexivo se fundamenta en un horizonte más amplio de interpretaciones y conocimientos previos, este conocimiento capta la situación en la que el conocimiento tecnológico se pone en marcha. Para el autor, el conocimiento reflexivo puede comprenderse como la capacidad de tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos.

A partir de estas nociones de conocimiento, Christiansen (1999) explicitó su comprensión de la actividad tecnológica y actividad reflexiva; para la autora, la actividad tecnológica involucra las reflexiones que

apuntan a la construcción de un mejor modelo. En esta actividad se recoge la reflexión sobre los cálculos en sí mismos, sobre sus criterios de desempeño y sobre su pertinencia para el problema a modelar. En esta misma línea, la autora señala que las actividades reflexivas de la modelación están dirigidas hacia un interés crítico, donde se reconocen los elementos restrictivos de un modelo, con el objetivo de identificar el significado y la acción en un contexto social y se ofrecen perspectivas éticas de la aplicación de un modelo en la sociedad.

En correspondencia con estas actividades, Barbosa (2006) identifica tres tipos de discusiones en la perspectiva sociocrítica: discusiones reflexivas, que profundizan en la esencia del modelo matemático, los criterios aplicados en su desarrollo y sus resultados; discusiones matemáticas, que abarcan ideas arraigadas en las matemáticas profesionales; y discusiones tecnológicas, que involucran las metodologías empleadas para construir el modelo matemático. Fomentar estos aspectos en el aula es considerado importante según Barbosa (2006), ya que los diálogos de los estudiantes permiten examinar los procesos que están llevando a cabo. Dicho de otra manera, los procedimientos que los estudiantes emplean para debatir sobre un modelo particular se traducen en ideas que surgen en sus pensamientos.

Las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas también pueden evidenciarse en el uso que los estudiantes hacen de modelos; estas tres discusiones están estrechamente relacionadas y pueden observarse cuando los estudiantes trabajan sobre preguntas como: ¿Cuál es la consecuencia de usar estas variables?, ¿Qué criterios se usaron para establecer las variables?, ¿Estos resultados resultan importante para alguien? ¿Cuáles son los alcances e implicaciones que tiene el modelo frente al estudio de la situación? Entre otras. Lo anterior, debe posibilitar un cuestionamiento al uso de modelos matemáticos en la clase de matemáticas, no solo hacia un enfoque conceptual y procedimental, sino también que permita el objetivo de promover ciudadanos críticos y políticamente comprometidos.

Caracterización de la modelación matemática desde una perspectiva crítica

La modelación matemática en una perspectiva sociocrítica que ha sido motivo de interés de diversos investigadores, especialmente en Latinoamérica (Araújo, 2009, Barbosa, 2006, Silva y Kato, 2012). Silva y Kato (2012) realizaron una revisión de literatura a un conjunto de trabajos en modelación matemática en Brasil. A partir de su revisión, Silva y Kato (2012) propusieron diez unidades de significado, las cuales están dadas por: i) trabajo en grupo; ii) Participación crítica y democrática en las clases; iii) Elección de problemas por parte de los alumnos; iv) Desarrollo de acciones comunitarias; v) Extensión al Contexto Social; vi) La acción crítica en la sociedad ;vii) Importancia de las Matemáticas en la sociedad ;viii) Uso de problemas no matemáticos de la realidad; ix) Interpretación de modelos matemáticos según la realidad; x) Considerar la cultura de los estudiantes. Una vez establecido las unidades del significado, Silva construye categorías características para caracterizar cada unidad de significado definiéndolas de la siguiente manera:

Participación del alumno en la construcción del modelo: Según Silva y Kato (2012), en los trabajos revisados este aspecto se observó en el trabajo en grupo, la participación crítica y democrática en las clases, la elección del problema por parte de los estudiantes.

Participación del estudiante en la sociedad: Para las autoras, este aspecto puede reconocerse en el desarrollo de acciones comunitarias, la extensión al contexto social; la acción crítica en la sociedad y la importancia de la matemática en la sociedad.

Problema no matemático de la realidad: De acuerdo con su revisión, Silva y Kato (2012) apunta que los aspectos que se reconocen en la investigación revisada son utilizar problemas no matemáticos de la

realidad; elección de problemas por parte de los estudiantes; interpretar modelos matemáticos según la realidad; considerar la cultura de los estudiantes; importancia de la matemática en la sociedad.

Rol del docente como mediador: En este aspecto, la literatura revisada por Silva y Kato (2012) permite colegir el trabajo en grupo; la elección del problema por parte de los estudiantes; la participación crítica y democrática en el aula; considerar la cultura de los estudiantes; y la importancia de la matemática en la sociedad.

Los cuatro aspectos definidos anteriormente, junto con cada unidad del significado correspondiente ofrecen elementos que permiten caracterizar una actividad de modelación desde una perspectiva sociocrítica (Silva y Kato, 2012).

Una descripción del estallido social en Colombia

El 28 de abril del 2021, los sectores de la clase media y baja convocaron un paro nacional con el fin de manifestar el desacuerdo por una propuesta fiscal, la llamada Ley de solidaridad sostenible del gobierno del presidente Iván Duque (Valencia, 2021). A partir de las diferentes movilizaciones, el Gobierno colombiano responde el llamado de los manifestantes haciendo uso de la fuerza pública con el Escuadrón Móvil Antidisturbios (ESMAD), Grupo de Operaciones Especiales (GOES), ejército militar, entre otros. El uso desproporcionado de la fuerza pública, generó un conflicto social que se alargaría durante dos meses, pues el gobierno no estaría dispuesto a negociar la Ley de solidaridad sostenible (Tembloros, 2021).

El estallido social tendría epicentro en la zona del nororiente de la ciudad de Cali como se evidencia la parte de color verde de la Figura 1 y se esparciría con el tiempo a otros puntos estratégicos de la ciudad de Cali y del territorio nacional.

Figura 1: Mapa de la ciudad de Cali con epicentros del estallido social



Pineda, M. (2021). 28A: Paro Nacional – Estallido Social. *Pensar la Ciudad*. <https://pensarlaciudad.udistrital.edu.co/miradas-de-ciudad/28a-paro-nacional-estallido-social>

La situación fue aguda y sorprendente, ya que el país venía atravesando por confinamientos obligatorios en varias ciudades por causa de la alta propagación de la COVID-19. Además, dada la historia del conflicto armado en la nación, la participación en protestas sociales no había sido una práctica extendida entre los ciudadanos. Esto se debe, en parte, al temor constante a ser estigmatizados o asociados erróneamente con grupos armados o delictivos (Valencia, 2021). En consecuencia, el producto del estallido social dejó como resultado al menos 4687 casos de violencia en todo el país por parte de la fuerza pública (Temblores, 2021). Estos datos motivaron otros esfuerzos y movimientos de la ciudadanía, ONG's para comprender más a fondo la situación que se venía presentando.

La perspectiva sociocrítica sugiere que la modelación matemática en el ámbito educativo no solo se centra en los aspectos conceptuales, competenciales y procedimentales del modelo, sino que también, promueve el reconocimiento y la acción ante situaciones críticas. Para ello, una puesta en escena de las reflexiones matemáticas, reflexivas y tecnológicas puede contribuir en la formación profesional y social. En este sentido, en esta investigación, se ofrece una respuesta a la pregunta, ¿Cuáles son las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas de estudiantes universitarios, cuando se usan modelos matemáticos que describen algunos factores del estallido social en Colombia?

2. Metodología

La metodología utilizada en el estudio es cualitativa, por tanto, se considera un continuo diálogo, formulación y discusión de preguntas antes, durante y después de la recopilación y escrutinio de datos. Esta metodología se basa en una técnica exploratoria que implica una interpretación activa de realidades (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2020). La metodología cualitativa facilitó la concentración en procesos más que en resultados y dirigió la atención hacia cómo las personas interactúan con objetos matemáticos, por tanto, esto ofreció posibilidades para estudiar las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas que tienen estudiantes universitarios. Como método se utilizó el estudio de casos; el cual “se centra en la comprensión experiencial del caso específico y destaca la influencia de sus contextuales sociales, políticos y otros” (Stake, 2013, p.155). La presente investigación se enfocó en realizar un estudio de dos casos; cada uno de estos análisis se consideró como una herramienta para comprender las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas de cada participante, para luego ofrecer una coordinación efectiva entre los dos estudios individuales.

El contexto y los participantes

Para responder a la pregunta de investigación seleccionamos dos casos. El primero responde al seudónimo de Carlos, un estudiante de 22 años de edad que cursa octavo semestre de licenciatura en matemáticas (10 semestres en total). Carlos ha cursado asignaturas como cálculo, ecuaciones diferenciales y cursos de didáctica de los cinco pensamientos matemáticos según el MEN (2006). Además de esto, trabaja en la universidad como tutor personalizado de matemáticas. Durante su licenciatura Carlos manifestó interés en especializarse en el uso de recursos digitales para la enseñanza de matemáticas. El segundo caso es Cristina, una estudiante de 22 años que cursa noveno semestre de estadística (10 semestres en total), en su carrera profesional ha cursado cursos como cálculo, álgebra lineal, procesamiento de datos y probabilidades, etc. Cristina trabaja en apoyo administrativo en la universidad, para ello, elabora gráficas y análisis de datos recolectados de estudiantes en toda la universidad por medios electrónicos. Además de esto, se encontraba desarrollando su trabajo de grado el cual estaba orientado en la minería de datos. Ambos estudiantes pertenecían a una universidad pública del suroccidente colombiano. Estos casos se seleccionaron con base en el deseo de participar de manera voluntaria; además, debían estar familiarizados con la modelación o tener una formación mínima en ecuaciones diferenciales. Asimismo, estos participantes se eligieron porque manifestaron manejar el uso de calculadoras graficadoras y de lenguajes de programación.

El diseño

El trabajo de campo se diseñó en tres fases: i) Organización; ii) Estructuración; iii) Realización. En la fase de organización se recolectaron datos de algunas ONGs para crear una base de datos en Excel. Conforme se mencionó anteriormente, el interés de este estudio se centró en las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas que los participantes hicieran sobre los modelos; estas discusiones deben incluir el reconocimiento de los métodos y herramientas de construcción de los modelos, las variables, usos y una valoración sobre la pertinencia o no del modelo para el estudio del fenómeno en cuestión; por esta razón, en la fase de estructuración, se estudió la naturaleza de los datos y se analizaron algunos modelos existentes que potencialmente pudieran ayudar a comprender el comportamiento en los datos. Entre ellos, se observó que el modelo logístico podría describir ciertos crecimientos que, después de una cantidad x , tiende a ser asintótico respecto a la población máxima; por tanto, se determinó la constante K de proporcionalidad del modelo, la cual permitió que la dispersión de los datos respecto a la función logística no fuera muy alta. Además de esto, se establecieron las posibles preguntas que conformaría un guión para la entrevista que se realizaría a los participantes. Posterior a esto, se usaron lenguajes de programación como Python y Wólfram Alpha para crear un código que permitiera visualizar la gráfica de la función solución. En la fase de realización se entregó a los estudiantes un documento con una serie de procedimientos para obtener la función solución del modelo, con x = número de días y $f(x)$ = cantidad de afectados en el día x . También se proporcionaron programas en Python y Wólfram Alpha. Una vez entregado el material, se les solicitó a los estudiantes que analizaran de manera exhaustiva el modelo y compararan los resultados obtenidos vs los datos informativos dados inicialmente. Posterior a esto, se inició una entrevista en donde se realizaron preguntas que generaron discusiones de tipo matemático, tecnológicas y reflexivas sobre el modelo, como, por ejemplo: ¿Piensas que las variables definidas son las más adecuadas?, ¿Existe algún mecanismo para validar los resultados brindados por el modelo? ¿Crees que este modelo puede ser útil en el futuro? ¿Cómo se puede interpretar los datos obtenidos por el modelo? ¿Cuáles son los valores más importantes que destacas en los resultados obtenidos por el modelo? ¿Cómo puede influir el COVID-19 en el modelo? entre otras.

Datos

Durante la investigación se obtuvieron dos grabaciones de voz en formato MP4 correspondientes a cada estudiante, con una duración promedio de 35-50 minutos. Estas grabaciones se almacenaron en una nube a la que los investigadores tenían acceso. También se recolectaron documentos creados por los estudiantes, que contenían gráficas y algoritmos de programación. Se realizó una transcripción completa de cada audio y se extrajo un subconjunto de datos que se llevó a una matriz en Excel para identificar patrones y categorías de cada entrevistado.

Análisis de los datos

Estas discusiones se analizaron siguiendo las orientaciones del análisis temático (Braun, 2019). Este análisis busca capturar las diferentes difusiones de un significado, uniendo datos que podrían parecer disipados o podrían ser un significado que ocurre en múltiples contextos. Es decir, se busca analizar los diferentes comportamientos o patrones que se encuentren en una investigación (Braun et al, 2019). Los investigadores revisaron las transcripciones realizadas de cada entrevista para poder evidenciar el tipo de discusiones presentes en cada fragmento. Se realizó una primera codificación siguiendo la “orientación inductiva, donde el investigador inicia el proceso analítico a partir de los datos, trabajando de abajo hacia arriba para identificar significados sin importar ideas” (Braun et al. ,2019, p. 853, original en inglés). En esta parte, no se definieron categorías y el respectivo análisis se realizó con base en la pregunta de investigación. Posterior a esto, se creó una matriz en Excel que contenía fragmentos de la transcripción de la entrevista; la matriz creada fue discutida para determinar cuáles de esos fragmentos eran relevantes sobre los aspectos matemáticos, tecnológicos y reflexivos del uso de los modelos. Los conceptos considerados como claves,

junto con las categorías establecidas por Silva y Kato (2012), permitieron crear una codificación la cual estuvo orientada en un proceso de codificación deductiva “donde el investigador aborda los datos con diversas ideas, conceptos y teorías o incluso, códigos potenciales basados en ellos, que luego se exploran y etiquetan dentro del conjunto de datos.” (Braun et al., 2019, p. 853, original en inglés).

3. Resultados

En esta sección, se presentan los resultados de manera individual para cada caso, junto con su correspondiente descripción y análisis.

El caso de Carlos: Tras recibir los materiales e instrucciones, Carlos examinó los componentes matemáticos del modelo. Específicamente, revisó los supuestos y procedimientos matemáticos empleados para obtener tanto la ecuación logística como la constante K del modelo. Posteriormente, utilizó el algoritmo de Python para recopilar datos sobre el número de víctimas en un lapso de x días, con el objetivo de corroborar la precisión de los supuestos utilizados. Carlos observó que el modelo podría brindar información en cuanto a posibles víctimas a lo largo de x días, ya que el modelo parecía concordar bien con los datos reales presentados; por tanto, Carlos atribuye la función logística como “la más adecuada” para este fenómeno, pues no encontró errores en el desarrollo matemático y tecnológico del modelo.

Luego, Carlos revisó de nuevo el modelo y manifestó inquietudes sobre la cantidad de variables presentes, a partir de ello, este participante dudó del modelo particular construido; sin embargo, ratificó la función logística dada como adecuada para describir el fenómeno social e hizo uso de las ecuaciones diferenciales y del cálculo integral para validar la parte matemática y tecnológica del modelo. Posterior a esto, Carlo hizo uso del cálculo diferencial y seccionó por intervalos la función logística para atribuir un tipo de función a cada intervalo. A partir de ello, expresó “Pues a ver yo la cortaré primero en un intervalo de 0 a 10 días, entonces veamos que de 0 a 10 días tenemos un incremento, pero no es un incremento tan extremado [...] de 10 a 30 ahí sí ya vemos un comportamiento exponencial [...] de 20 a 30 pero es que pega un salto brutal.”. Esta interpretación le permitió otras comprensiones sobre el comportamiento del estallido social; a cada gráfica de los intervalos seleccionados, les asignó una respectiva interpretación social. Además de esto, agregó que considera importante analizar estos tramos por sectores de la ciudad, ya que en el oriente la ciudad tuvo el mayor impacto de violencia por parte de la policía. Una vez realizado este análisis, Carlos expresó nuevamente que, aunque el modelo no es exacto, puede funcionar para tener una idea de lo que puede pasar en una manifestación social. Lo anterior, le permitió concluir que “le vería aplicabilidad [al modelo] en ese sentido, en capacitar a los oficiales que van a hacer parte del ESMAD, mostrándoles la gráfica de violencia para generar reflexiones y así evitar que esta gráfica siga en aumento”.

El caso de Cristina: una vez entregado el material y las orientaciones, Cristina analizó los supuestos realizados para crear el modelo junto con los datos dados. Luego, analizó el modelo lineal y logístico de manera conjunta; manifestó que al ser tan pocos días, la ecuación logística y lineal eran similares y que, por tanto, se podría llegar a pensar en la relación entre el crecimiento de cada una de las gráficas. Cristina formuló la pregunta ¿Qué criterio podría establecer para comparar el modelo lineal con el modelo logístico? A partir de esto, ella se pudo dar cuenta que el criterio más adecuado es la dispersión que tienen los datos respecto a las gráficas. Cristina atribuye la función lineal como “la más adecuada” para este fenómeno, pues es la función que más se ajusta al criterio establecido por ella. Al percibir el aumento en ambas gráficas, y para corroborar la función lineal como la más adecuada, decidió hacer uso de lenguajes de programación para verificar los resultados obtenidos en las gráficas. Cristina hizo uso del lenguaje de programación como Rstudio para comparar los resultados de la función logística y función lineal. Con los valores obtenidos, ella anotó que “Si la relación es tan fuerte como parece ser en la gráfica (lineal), diría

que el número de casos aumenta, pero esto no tiene sentido realmente, porque no es así.” Por último, manifestó que la única utilidad que puede tener el modelo logístico puede ser para “ver métricas asociadas a un modelo logístico que permitan ver si es bueno o no; o también podrías ver en un determinado tiempo (intervalo) entre los datos que tienes y poner ese mismo tiempo y calcular las diferencias en cuántas veces ha sido muy cercano” En esta misma línea, Cristina, con ayuda del lenguaje de programación R, revisó el desarrollo matemático y tecnológico de la función lineal y con base en ello, observó que “[...] El es de 91 [se refiere al modelo lineal], lo que podemos decir que el 91% de los casos de violencia que hay puede estar explicado por el modelo que ajustamos de acuerdo al tiempo, porque es un modelo lineal simple [...]”. Con esto, ella validó los procedimientos matemáticos y tecnológicos del modelo lineal.

Cristina, al hacer uso del modelo y asociarlo con problemáticas sociales que son del conocimiento de ella, expresó que la población más vulnerable en el estallido social se dio en “el oriente de Cali, donde pertenecen las personas con menos recursos, las personas que siento que se sienten más olvidadas, podría decirse así”. En esta misma línea, logró hacer un paralelo con otros barrios de la ciudad de Cali, con el fin de mostrar el abandono del oriente de la ciudad respecto a otros sectores de esta misma. Posterior a esto, Cristina argumentó que no es necesario un modelo matemático para mostrar a una comunidad en específico (agentes del ESMAD) que no es necesario hacer uso de la violencia para dispersar una protesta social; por tanto, no considera importante exponer el modelo lineal a los agentes del ESMAD antes de una protesta social, pues ella considera que la fuerza pública debe hacer bien su trabajo. Como parte de los análisis de ambos casos, y con base en los planteamientos de Silva y Kato (2012), es posible observar en las discusiones, algunas características sobre la crítica en el uso de modelos matemáticos. Estas características se presentan en la Figura 2.

Figura 2. Codificación de las unidades del significado de los estudiantes

ESTUDIANTE	CATEGORIAS	UNIDADES DE SIGNIFICADO
Carlos	Participación activa del alumno en la construcción del modelo	Participación crítica y democrática en las clases
	Participación activa del estudiante en la sociedad	Desarrollo de acciones comunitarias; Extensión al contexto social; Acción crítica en la sociedad; Importancia de las Matemáticas en la sociedad.
	Problema no matemático de la realidad	interpretar modelos matemáticos según la realidad; importancia de las Matemáticas en la sociedad; Importancia de las Matemáticas en la sociedad
	Rol del docente como mediador	Participación crítica y democrática en el aula; Importancia de las Matemáticas en la sociedad
Cristina	Participación activa del alumno en la construcción del modelo	Participación crítica y democrática en las clases
	Participación activa del estudiante en la sociedad	Extensión al contexto social
	Problema no matemático de la realidad	Utilizar problemas no matemáticos de la realidad; Interpretar modelos matemático según la realidad
	Rol del docente como mediador	Participación crítica y democrática en el aula

Fuente: Elaboración propia

4. Discusión

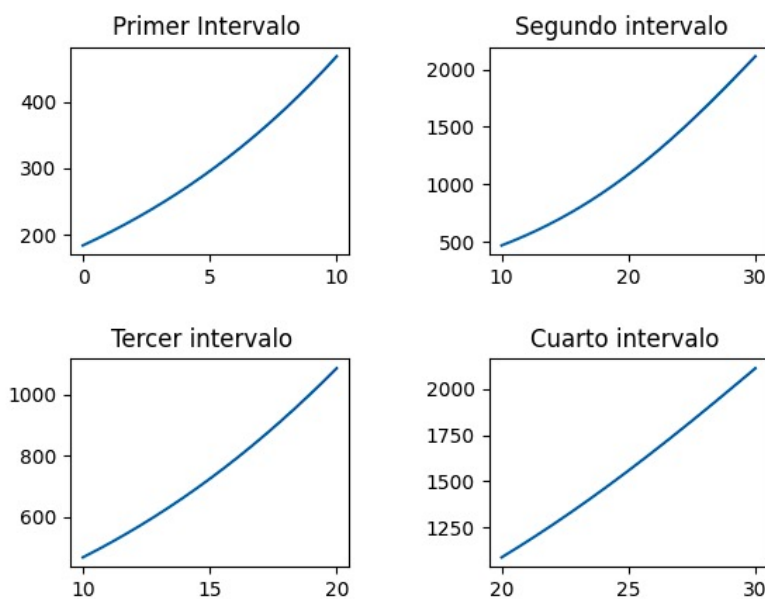
Esta investigación analizó las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas de dos estudiantes de programas universitarios afines con las matemáticas. Para analizar estas discusiones, se utilizaron los planteamientos de Christiansen (1999) y los diez elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica (Silva y Kato, 2012). Conforme se mostró en la sección de resultados, las entrevistas realizadas a estos estudiantes se categorizaron los momentos más importantes de cada uno; a partir del análisis de los datos, fue posible observar qué:

Con respecto a la actividad matemática, ambos estudiantes manifestaron diferentes maneras para organizar e interpretar modelos matemáticos. Se pudo observar que estos estudiantes explicitaron sus capacidades para construir modelos que les permitieran tratar de describir la problemática social. En las entrevistas de estos estudiantes, se determinaron dos categorías que están asociadas a la actividad matemática del modelo, las cuales están caracterizadas como: el uso de problemas no matemáticos de la realidad e interpretación de modelos matemáticos según la realidad; en la entrevista con Cristina, se evidenció la presencia de estas dos categorías. En una de sus respuestas, Cristina manifestó que se pueden crear múltiples modelos lineales que involucren otras variables de respuesta, esto puede interpretarse que, para la estudiante, las aplicaciones de las matemáticas están presentes en la sociedad y tienen implicaciones en la vida cotidiana; sea en la vida laboral, actividades científicas o tareas donde las matemáticas juegan un papel muy sutil (Barbosa, 2003).

En esta misma línea, Cristina usa la modelación como un lenguaje para entender y comprender una situación problema presente en la sociedad (Orey y Rosa, 2007). Esta respuesta puede asociarse a la categoría sobre el uso de problemas no matemáticos de la realidad; debido a que Cristina busca estudiar situación problema de la realidad, relacionando inicialmente datos numéricos que le pudieran ayudar a comprender si es posible hacer uso de las matemáticas. Es decir, Cristina tiene una mirada a priori de los datos recogidos durante el estallido social, con el fin de usar las matemáticas (modelos matemáticos) para establecer un modelo que pudiera comprender algunos aspectos del estallido social. En el caso de Carlos, no se obtuvieron evidencias que se pudieran categorizar en el uso de problemas no matemáticos de la realidad; este resultado, puede deber a la formación que él tiene en temas de modelación.

La caracterización e interpretación de modelos matemáticos estuvo presente en ambos estudiantes. Para Carlos, esto se hizo evidente en las maneras de percibir que uso del modelo para crear una interpretación propia del modelo establecido por él, sin embargo, no prestó suficiente atención a la pertinencia y validez del modelo para dar cuenta del problema estudiado; es decir, a los criterios de desempeño de los cálculos y el modelo; de acuerdo con Christiansen (1999), esto se evidencia en preguntas sobre la confiabilidad de los resultados de la modelación y la pertinencia de los métodos y supuestos elegidos. La interpretación de Carlos se dio a partir de intervalos seleccionados por él en el modelo logístico; esto lo hizo con el fin de identificar los días más críticos del estallido social (ver Figura 3); en otras palabras, Carlos usó un modelo matemático para entender la problemática social; de acuerdo con Araújo (2009), esto es un aspecto clave de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica.

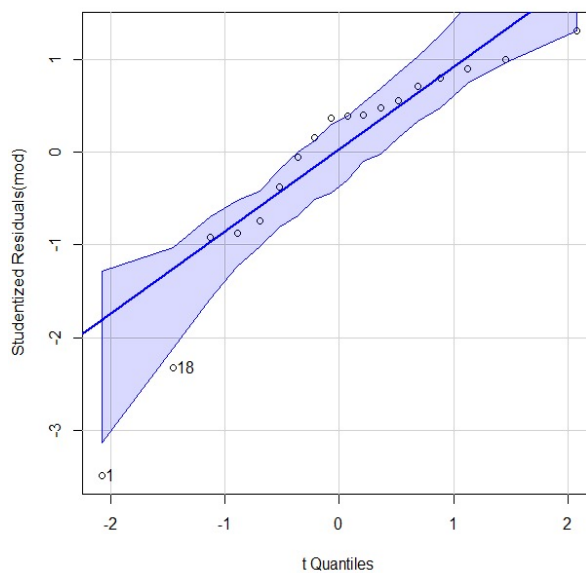
Figura 3. Interpretación de la función logística dada por Carlos



Fuente: Elaboración propia

En esta misma línea, Cristina tuvo una interpretación diferente pues su análisis se enfocó en usar un modelo matemático que tuviera una validez y que, a su vez, resultara confiable para ella, aspectos característicos de la actividad tecnológica (Christiansen, 1999). Por esta razón, Cristina se dio a la tarea de construir un nuevo modelo (modelo lineal) presentado en la Figura 4, para entender la realidad del estallido social de una manera que a su juicio fuera más adecuada, esto da muestra de reflexiones sobre el punto de partida para los cálculos (Christiansen, 1999), en otras palabras, da cuenta de una preocupación de la estudiante porque el modelo se dirija hacia el problema adecuado.

Figura 4. Interpretación de Cristina



Fuente: Elaboración propia

La interpretación dada por Cristina sugiere que ella hizo una reflexión de la realidad con el fin de representar la problemática social por medio de linealidad, con lo cual buscaba un modelo más ajustado y menos complejo que representar el conjunto de datos obtenido del estallido social. A partir de estos aspectos, se observa que los conocimientos de matemática y la estadística de la estudiante cimentaron sus conocimientos y actividades tecnológicas y reflexivas (Skovmose, 1999; Christiansen, 1999). De acuerdo con la estudiante, estos aspectos están en correspondencia con su formación académica en los cursos universitarios; pues le han ayudado a identificar usos, limitaciones y alcances de los modelos.

Las discusiones tecnológicas dadas por cada estudiante dejan en manifiesto la divergencia de recursos y usos de la tecnología (herramientas como las matemáticas, lenguajes de programación, etc.) en el trabajo matemático; así como la diversidad de herramientas matemáticas usadas para apoyar los resultados, los alcances del modelo y las discusiones reflexivas. El uso de herramientas tecnológicas para validar la función logística como las más adecuada fue notorio en Cristina ya que hizo uso de lenguajes de programación como Python, R, Wólfram Alpha; además de esto, uso herramientas de Excel. Cristina logró concatenar las matemáticas y la estadística con las herramientas tecnológicas haciendo posible manejar modelos matemáticos complejos junto con cantidades alarmantes de datos. Es decir, Cristina logró ver la tecnología como una vía para la matematización (Skovmose, 2023). Por otro lado, Carlos usó el lenguaje de programación Python como una manera de revisar y validar procedimientos realizados; y con ello, encontrar fundamentos para la “eficiencia” del modelo frente a la problemática estudiada.

En las discusiones que se presentaron durante la entrevista, se encontró de manera potencial, evidencias de la categoría: uso y participación crítica con los modelos. En ambos estudiantes no solo discutieron y expusieron argumentos que estuvieran a favor o en contra del material brindado durante el estudio de los modelos, sino que también, ofrecieron interpretaciones contextuales y propusieron posibles acciones a partir de los hallazgos del modelo. En otras palabras, para ambos estudiantes, el análisis de modelos se convirtió en una oportunidad para comprender un fenómeno, sus variables, modelos e interpretar los comportamientos para colegir resultados sobre el número de víctimas que dejó el estallido social, con ello, se mostraron interesados en cuestionar y proponer acciones específicas. Estos aspectos son evidencia de las reflexiones sobre los efectos de introducir cálculos, de acuerdo con Christiansen (1999), esto incluye un significado del uso del modelo para la percepción del modelo y para los posibles resultados y su relación con el problema estudiado.

Los argumentos presentados por los estudiantes muestran que algunos aspectos de la crítica se pueden construir en diferentes espacios donde se tiene en cuenta la participación que estos tengan. Es decir, se percibió un vínculo entre el uso crítico de los modelos y la situación estudiada, pues los entrevistados crearon múltiples posibilidades para la construcción del conocimiento por medio de investigaciones, consultas y de la misma crítica. Estas actitudes se encuentran encaminadas en la praxis social relacionada con el diálogo constante, el involucramiento y la comunicación (Jacobini y Wodewotzki, 2006).

Además de los aspectos ya expuestos, en las discusiones reflexivas de los estudiantes se evidenciaron cuatro elementos; los cuales pueden caracterizarse como: Desarrollo de acciones comunitarias, extensión al contexto social, la acción crítica en la sociedad, importancia de las matemáticas en la sociedad. Se pudo observar que en Carlos hubo rasgos que permitieron identificar estos cuatro elementos; mientras que, en Cristina, se pudo observar principalmente rasgos en solo uno de ellos. En la entrevista, Carlos atribuyó un tipo de aplicabilidad al modelo desde una perspectiva social; dónde sin importar la validez del modelo pretendía concientizar a los agentes del ESMAD en formación por medio de la visualización de la función logística, para evitar el uso de la violencia como primer mecanismo para dispersar una protesta social. Esta discusión reflexiva de Carlos, se encuentra ubicada en la categoría de desarrollo de acciones comunitarias; esto debido a que la participación de Carlos en la interpretación y uso del modelo, le permitió que pudiera

explicitar discusiones políticas reflexionando sobre las consecuencias sociales y las acciones políticas (Araújo, 2009). La presencia de estos aspectos también son muestra de reflexiones sobre la relación entre los modelos y la situación estudiada (Christiansen, 1999); lo cual involucra el reconocimiento de intereses ideológicos, circunstancias sociales y políticas que, en este caso, podrían no sólo reconocerse en la base de la problemática, sino también en las implicaciones de los resultados del modelo.

En coherencia con estos elementos, la idea de la aplicabilidad del modelo dejó en manifiesto su uso para criticar el accionar del ESMAD, ya que Carlos logró evidenciar uno de los factores problemáticos en el estallido social, el cual fue el uso de la violencia en la protesta social como primer mecanismo para poder dispersar esta. En esta misma línea, Carlos planteó una solución a su comunidad por medio de la interpretación de fenómenos sociales haciendo uso de modelos matemáticos. Estas discusiones dadas por Carlos son una muestra de que criticar un modelo también se considera como parte del aprendizaje de la modelación. Esto permite cumplir con uno de los objetivos principales de la modelación desde un enfoque crítico, el cual pretende formar ciudadanos críticos y políticamente comprometidos (Barbosa, 2006). En esta misma dirección, se observa que el conocimiento reflexivo de Carlos está encaminado a la evaluación y discusión de lo que se puede identificar como un fin tecnológico (modelo), así como las implicaciones éticas y sociales de utilizar dicha herramienta seleccionada (Skovsmose, 2023).

En el caso de Cristina, la estudiante se esforzó por manifestar una posible aplicación, la cual, a diferencia de Carlos, no fue contundente debido a que consideraba que el modelo no cumplía con todos los supuestos y condiciones para ofrecer este tipo de comprensiones y usos. Según la estudiante, para poder aplicar el modelo, se requería más tiempo y otro tipo de factores para determinar un modelo como válido (aspectos de la actividad tecnológica y reflexiva, Christiansen, 1999). Por tal motivo, ella decidió argumentar que no es necesario mostrar la aplicabilidad de un modelo para que agentes del ESMAD hagan bien su trabajo; es decir, que no hagan uso de la violencia como primera instancia. Esta respuesta dada por Cristina deja en evidencia que los conocimientos matemáticos y estadísticos sirven como una herramienta para identificar y analizar de manera responsable algunas características críticas en la sociedad, las cuales pueden ser globales y tienen que ver con el entorno local del sujeto al momento de ser aplicadas (Méndez, 2022). Estas consideraciones son evidencia de reflexiones sobre el propósito para el cual se construye el modelo, es decir, frente la coherencia que debe existir entre el problema, los datos, los procedimientos y métodos de construcción y validación y los alcances que se espera de los resultados en función del problema.

Ambos estudiantes pudieron demostrar su habilidad al aplicar modelos matemáticos para determinar la población más vulnerable durante el estallido social, estando así presente la extensión al contexto social en ambos. Cristina mostró tener conocimiento de los temas sociales y políticos, lo que le permitió hacer un análisis más integral de la problemática social al realizar un paralelo entre los barrios del estallido social. Este aspecto puede interpretarse como una reflexión sobre la relación entre el modelo y la problemática estudiada (Christiansen, 1999), en particular, el reconocimiento que existen intereses ideológicos sociales y políticos en la base de la situación, el modelo y sus interrelaciones. Esto destaca características de sus reflexiones y de pensamiento crítico, así como su capacidad de generar críticas constructivas como ciudadana. Lo anterior muestra que Cristina tomó una postura como ciudadana crítica y generó cuestionamientos fuera del ámbito escolar y mostró que las discusiones matemáticas están en correspondencia con la familiaridad que se tiene con la problemática social (Barbosa, 2003).

Por su parte, en Carlos se observaron habilidades en matemáticas y consideraciones sociales y políticas; esto puede comprenderse porque, según el estudiante, participó activamente de las actividades convocadas por los estamentos estudiantiles durante el estallido social; a partir de su interpretación del modelo y de su conocimiento de la situación, Carlos argumentó que la población más vulnerable se encontraba en el

oriente de la ciudad de Cali. Este estudiante manifestó una preocupación por generar implicaciones hacia la comunidad afectada, compartiendo saberes resultantes de un proceso pedagógico que permite actuar en la misma comunidad como un sujeto formador, cuestionador y transformador (Jacobini y Wodewotzki, 2006). En consecuencia, se evidenció que ambos estudiantes coincidieron en aspectos sobre las problemáticas sociales que se viven en el oriente de la ciudad de Cali, donde justifican el porqué consideran este sector de la ciudad como un barrio relegado de los demás barrios. Las ideas expuestas por estos estudiantes fueron comprendidas y discutidas de tal manera que pudieron problematizar el contexto social (Araújo, 2009).

A partir de los resultados anteriormente expuestos, las categorías caracterizadas como la acción crítica en la sociedad y la importancia de las matemáticas en la sociedad (Silva y Kato, 2012), se lograron evidenciar en ambos participantes de manera diferenciada; en el caso de Carlos fue evidente el uso de los datos y su conocimiento de la realidad social para determinar la necesidad de acciones con comunidades específicas de la Ciudad, mientras que Cristina se observaron estas características en la “prudencia” para proponer acciones específicas derivadas del modelo; pues, conforme se mencionó anteriormente, la estudiante argumentó que los modelos construidos carecían de suficiente información y desarrollo para proporcionar orientaciones o acciones específicas; en otras palabras, Cristina observó que los modelos construidos ofrecían información importante para describir la situación pero no eran suficiente para anticipar otros resultados ni para tomar decisiones basados en sus resultados. De acuerdo con el marco utilizado para este estudio; se observó coherencia entre la situación, los modelos construidos, los aspectos técnicos y tecnológicos y las reflexiones sobre las implicaciones que tendrían los resultados. Los análisis realizados anteriormente permitieron categorizar cada respuesta de los estudiantes con el fin de determinar la correspondencia de cada categoría a un determinado tipo de discusiones, con el fin de poder comprender la importancia y uso de los modelos matemáticos según cada estudiante. A partir de ello, se obtuvieron algunas evidencias que se presentan en la figura 5.

Figura 5. Codificación de las categorías de cada estudiante

TIPO DE DISCUSIONES	CATEGORIA	CARLOS	CRISTINA
Discusiones Matemáticas	Uso de problemas no matemáticos de la realidad	No se encuentra evidencia de esta categoría	La entrevistada expresa mucho interés por la modelación realizada y propone un nuevo modelo. Esta busca modelar de una manera muy precisa el fenómeno social
	Interpretación de modelos matemáticos según la realidad	El entrevistado propuso descomponer la función por fragmentos para darle una interpretación en cada fragmento y así analizar lo que ocurre después de n días	La entrevistada propone analizar las gráficas por medio de una pendiente de inclinación, donde la pendiente con mayor inclinación representa un crecimiento drástico, lo implica para ella un día crítico de la problemática social
Discusiones Tecnológicas	Participación crítica y democrática en las clases	Esta categoría se vio reflejada en ambos entrevistados, debido a que durante toda la entrevista expusieron sus argumentos participando activamente, haciendo así de la entrevista un espacio crítico	

Actividad Reflexiva	Desarrollo de acciones comunitarias	El entrevistado propuso una solución a la problemática social por medio del modelo sin importar la validez de este, buscaba crear reflexiones hacia los agentes del SMAD por medio del modelo	No se encuentra evidencia de esta categoría
	Extensión al Contexto Social	Ambos entrevistados expresan que la población mas vulnerada fue el oriente de la ciudad, ya que es el sector mas olvidado. Además de esto hicieron un paralelo con otros sectores de la ciudad	
	La acción crítica en la sociedad	El considera que a pesar de que la gráfica muestra un día crítico él es consciente que hubo más días críticos los cuales de deben de tener presentes también.	No se encuentra evidencia de esta categoría
	Importancia de las Matemáticas en la sociedad.	El entrevistado, explico que los valores obtenidos con el modelo representan cualquier tipo de abuso de autoridad y no una solo en especifica donde considera pertinente comparar los resultados de la gráfica con los valores reales	En la entrevista, se destaca claramente su capacidad para expresar un pensamiento crítico en relación con los modelos, su creación y la identificación de sus limitaciones. Además de esto, el uso "responsable" de los modelos en coherencia con los contextos y métodos para su construcción.

Fuente: Elaboración propia

La anterior tabla sintetiza las características sobre el tipo de discusiones presentes durante los resultados obtenidos a lo largo de la entrevista.

5. Conclusiones

En esta investigación se examinó las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas que se presentan cuando estudiantes universitarios analizan modelos matemáticos para estudiar una problemática social, en este caso, el estallido social en Colombia en 2021. Los resultados dejaron en evidencia que los estudiantes pueden adoptar una mirada crítica no sólo frente a las situaciones sociales y el papel de las matemáticas para comprenderlas; sino también, frente a las matemáticas, los modelos matemáticos y su construcción. El estudio también da cuenta que las reflexiones de los estudiantes son de diversa naturaleza y que están permeadas por los conocimientos que estos poseen tanto de las situaciones y problemáticas, como de la matemática misma; en otras palabras, los conocimientos matemáticos, tecnológico y reflexivo se conjugan entre sí. En el caso particular de este estudio, se presentó evidencia de que existen estudiantes cuyo énfasis está en la reflexión y en la participación activa en la sociedad; para ello, emplean modelos matemáticos para describir la problemática social. En otra vía, este estudio también mostró que existen estudiantes cuyas reflexiones se enfocan en las comunidades afectadas por la problemática. En particular, es posible resaltar diferentes aspectos sobre “la acción crítica en la sociedad” y “el papel de la matemática en la sociedad”; por un lado, para algunos estudiantes el uso de los modelos está claramente permeados por su conocimiento de la situación; pero, por otro, existen otros estudiantes para quienes los aspectos matemáticos y tecnológicos repercuten de manera directa en las decisiones que se pueden tomar con los resultados del modelo.

El análisis conjunto de estos casos revela que las reflexiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas en este fenómeno social está orientada por la formación académica individual de cada estudiante. En este estudio, se mostró evidencia de que para algunos futuros profesionales, los modelos pueden tener objetivos, que aportan a la comprensión de un fenómeno e informan la toma de decisiones, aun cuando no sea suficientemente claro la validez y pertinencia del mismo; por otro lado, en otros futuros profesionales, se evidencia que los modelos solo pueden desempeñar un papel descriptivo en relación con la situación en

estudio; sin embargo, las conclusiones e implicaciones para la acción deben ser estar en correspondencia con los métodos, alcances y la validez con los que esos modelos fueron construidos.

Este estudio plantea la necesidad de reconocer las fortalezas inherentes en cada profesión y promover la colaboración en el análisis de fenómenos sociales. Es decir, trabajar en conjunto con profesionales diversos permite la (re)construcción y validación de modelos, así como la comprensión de sus limitaciones. Con base en esto, surgen interpretaciones y posibles enfoques para abordar los problemas sociales por medio de la toma de decisiones. Investigaciones futuras podrían facilitar la enseñanza y aprendizaje de modelos matemáticos desde diversas perspectivas, formando así ciudadanos críticos y comprometidos con la sociedad.

Este artículo se deriva de una investigación más amplia titulada “Usos de modelos matemáticos para el estudio del estallido social en Colombia desde una perspectiva sociocrítica” desarrollada en el marco de la Licenciatura en Matemáticas en la Universidad el Valle en 2023.

Referencias Bibliográficas

- Agostinho, A., & Reis, P. (2021). Contributos educativos de exposições interativas on-line sobre imunidade como prática de ativismo coletivo em contexto de pandemia. *Uni-Pluriversidad*, 21(2), 1–22. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.346064>
- Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria: Revista de educação em ciência e tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM - Mathematics Education*, 38(3), 293–301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Barbosa, J.C. (2003). Modelagem Matemática e Perspectiva Sociocrítica. In: *Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, (pp. 1-13). SBM.
- Borromeo-Ferri, R., Mena-Lorca, J., & Mena-Lorca, A. (Eds.). (2021). *Fomento de la Educación - STEM y la modelización matemática para profesores. Fundamentos, ejemplos y experiencias*. Kassel University Press. <https://doi.org/10.17170/kobra-202106174132>
- Braun, V., Clarke, V., Hayfield, N., Terry, G. (2019). Thematic Analysis. In: Liamputtong, P. (eds) *Handbook of Research Methods in Health Social Sciences*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-10-5251-4_103
- Carmona-Mesa, J. A., Cardona Zapata, M. E., & Castrillón-Yepes, A. (2020). Estudio de fenómenos físicos en la formación inicial de profesores de Matemáticas. Una experiencia con enfoque STEM. *Uni-Pluriversidad*, 20(1), e2020101. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.20.1.02>
- Cevikbas, M. (2022). Fostering Mathematical Modelling Competencies: A Systematic Literature Review. In *Initiationen mathematikdidaktischer Forschung* (pp. 51–73). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-36766-4_3
- Christiansen, I. (1999). Reflexiones críticas sobre modelos matemáticos en la clase: ¿sueño o realidad? *Revista EMA*, 5(1), 29–50.

- Christiansen, I. (2001). Critical Evaluation of Models in Relation to the Modelling Process. In J. F. Matos, W. Blum, K. Houston, & S. P. Carreira (Eds.), *Modelling and Mathematics Education* (pp. 391–400). Horwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099655.5.391>
- Hernández Sampieri, R., & Mendoza, C. (2020). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mcgraw-hill.
- Jacobini, O. & Wodewotzki, MLL (2006). Una reflexión sobre la Modelación Matemática en el contexto de la Educación Matemática Crítica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 19 (25), 71-88..
- Kaiser, G. (2017). The Teaching and Learning of Mathematical Modeling. In J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 267–291). NCTM.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Ministerio de Educación Nacional.
- Méndez Andrade, A., & Sánchez Aguilar, M. (2022). Bringing the Debate over Marijuana Legalisation into the Mathematics Classroom. In: M. G. Penteado & O. Skovsmose (Eds). *Landscapes of Investigation: Contributions to Critical Mathematics Education*. (pp. 57–68). Open Book Publishers. <https://doi.org/10.11647/OBP.0316.04>
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 3–32). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_1
- Ocampo-Arenas, M. C., & Parra-Zapata, M. M. (2022). Una experiencia de modelación matemática en educación primaria en un contexto de Educación Ambiental. *Uni-Pluriversidad*, 22(1), 1–16. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.348824>
- Orey, D.C & Rosa, M. (2007). La dimensión crítica de la modelación matemática: la enseñanza para la eficiencia sociocrítica. *Horizontes*, 25(2), 197-206.
- Parra-Zapata, M. M., Parra-Zapata, J. N., Ocampo-Arenas, M. C., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). El Índice de Masa Corporal. Una experiencia de modelación y uso de modelos matemáticos para el aula de clase. *Números. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 92, 21–33.
- Pineda, M. (2021). 28A: Paro Nacional – Estallido Social. *Pensar la Ciudad*, Edición número 12. Recuperado de <https://pensarlaciudad.udistrital.edu.co/miradas-de-ciudad/28a-paro-nacional-estallido-social>
- Sepúlveda, E., González-Gómez, D., & Villa-Ochoa, J. A. (2020). Analysis of a Mathematical Model. Opportunities for the Training of Food Engineering Students. *Mathematics*, 8(8), 1339. <https://doi.org/10.3390/math8081339>
- Silva, C., & Kato, L. A. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 817–838. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000300004>
- Skovsmose, O. (2016). Critical mathematics education: Concerns, notions, and future. In P. Ernest; O. et al.(Eds). *The philosophy of mathematics education* (pp. 9-12). Springer

- Skovsmose, O. (2020). *Critical Mathematics Education*. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_34
- Skovsmose, O. (2023). *Crisis and Critique*. In: *Critical Mathematics Education. Advances in Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-26242-5_6
- Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 109-130). Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. una empresa docente*.
- Stake, R. (2013). Estudios de casos cualitativos. En: N. Denzin e Y. Lincoln (coords.), *Las estrategias de investigación cualitativa* (pp.154-197). Gedisa.
- Temblores, O. N. G. (2021). Informe de Temblores ONG e Indepaz a la CIDH sobre la violación sistemática de la Convención Americana y los alcances jurisprudenciales de la Corte IDH con respecto al uso de la fuerza pública contra la sociedad civil en Colombia en el marco de las protestas. Temblores e Indepaz. <https://www.indepaz.org.co/wp-content/uploads/2021/05/INFORME-CIDH-VIOLENCIA-POLICIAL-PROTESTA-SOCIAL.pdf>
- Valencia, M. F. V. (2021). El estallido social y sus implicaciones para la situación tributaria en Colombia. informe presentando en *Análisis Carolina*, AC23-21. Acceso: <https://www.fundacioncarolina.es/wp-content/uploads/2021/07/AC-23.2021.pdf>
- Valero, P. (1999). Prefacio ala versión en Español. *Educación Matemática Crítica en contexto*. En O. Skovsmose (Autor). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (pp. vii-xxv). Una empresa docente.
- Vasco, C. E. (2006). Pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnología. In C. E. Vasco (Ed.), *Didáctica de las matemáticas: artículos selectos* (pp. 134–148). Universidad Pedagógica Nacional.
- Villa-Ochoa, J. A., Sánchez-Cardona, J., & Parra-Zapata, M. M. (2022). Modelación matemática en la perspectiva de la educación matemática. In M. Rodríguez, M. Pochulu, & F. Espinoza (Eds.), *Educación matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 67–89). Ediciones Universidad Nacional de General Sarmiento.