

Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de las fracciones



Cómo citar el artículo

Padilla-Escorcía Iván Andrés; Solano-Díaz Sebastián; Conde-Carmona Robinson Junior; Hernández-Pérez Yira Mariana; Méndez-Parra Carolina (2024) Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de las fracciones. Revista Encuentros, vol. 22.01 de enero-junio. Universidad Autónoma del Caribe.

Doi: 10.15665/encuen.v22i01-Enero-Junio-.3097

Iván Andrés Padilla-Escorcía - PhD¹ Universidad del Atlántico, Colombia
iapadilla@mail.uniatlantico.edu.co

<https://orcid.org/0000-0003-1210-3712>

Sebastián Solano-Díaz - Mg (c)² - Universidad de los Andes, Colombia
snsolano23@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0001-9051-8468>

Robinson Junior Conde-Carmona - PhD³ Universidad del Atlántico, Colombia
rjconde@mail.uniatlantico.edu.co

<https://orcid.org/0000-0002-7421-1754>

Yira Mariana Hernández-Pérez - Mg⁴ Universidad de la Costa, Colombia
yhernand39@cuc.edu.co

<https://orcid.org/0000-0003-3705-5868>

Carolina Méndez-Parra - Mg(c)⁵ Universidad de los Andes, Colombia
carolinamendez@mail.uniatlantico.edu.co

<https://orcid.org/0000-0001-8205-6304>

Recibido: 22 de noviembre de 2022 / Aceptado: 24 de noviembre de 2023

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo caracterizar el conocimiento especializado del profesor que enseña las fracciones en educación básica secundaria. Para esto, mediante un enfoque cualitativo y diseño estudio de caso de tipo instrumental, se seleccionó a una profesora con experiencia en la enseñanza de este contenido y con manejo de recursos tecnológicos, se observaron dos tres episodios de clases. El análisis de los datos se hizo a través de los indicadores del conocimiento adaptados de Padilla-Escorcía (2020). Se encontró que, el profesor de Matemáticas que enseña la temática de fracciones evidencia conocimientos especializados en los componentes Kot y KMT en elementos relacionados con el contenido, representaciones, fenomenología y aplicaciones. Se concluyó que para el profesor de matemáticas llevar a cabo la enseñanza de fracciones por medio de las herramientas tecnológicas debe contar con un dominio amplio y robusto teóricamente hablando de dichos conocimientos, así como de estrategias y formas de enseñanza de los mismos.

Palabras Clave: Conocimiento especializado, fracciones, enseñanza, profesor de matemáticas.

1 En ciencias en el área de Matemática Educativa – Instituto Politécnico Nacional de México

2 Educación Matemática – Universidad de los Andes

3 Educación Matemática – Universidad Antonio Nariño

4 Educación – Universidad de la Costa

5 Educación Matemática – Universidad de los Andes

Characterization of the specialized knowledge of the mathematics teacher in the teaching of fractions

Abstract

This research aimed to characterize the specialized knowledge of the teacher who teaches fractions in basic secondary education. For this, through a qualitative approach and an instrumental type case study design, a teacher with experience in teaching this content and with management of technological resources was selected, two three episodes of classes were observed. The data analysis was done through the knowledge indicators adapted from Padilla-Escorcia (2020). It was found that the Mathematics teacher who teaches the subject of fractions evidences specialized knowledge in the Kot and KMT components in elements related to content, representations, phenomenology and applications. It was concluded that for the mathematics teacher to carry out the teaching of fractions through technological tools, he must have a broad and robust domain theoretically speaking of said knowledge, as well as of strategies and ways of teaching them.

Keywords: Specialist knowledge, fractions, education, mathematics teacher.

Caracterização do conhecimento especializado do professor de matemática no ensino de frações

Resumo

Esta pesquisa teve como objetivo caracterizar o conhecimento especializado do professor que ensina frações no ensino médio básico. Para isso, por meio de abordagem qualitativa e desenho de estudo de caso instrumental, foi selecionado um professor com experiência no ensino desse conteúdo e com gerenciamento de recursos tecnológicos, foram observados dois três episódios de aula. A análise dos dados foi feita por meio de indicadores de conhecimento adaptados de Padilla-Escorcia (2020). Verificou-se que o professor de Matemática que leciona a temática de frações apresenta conhecimento especializado nos componentes Kot e KMT em elementos relacionados ao conteúdo, representações, fenomenologia e aplicações. Concluiu-se que para o professor de matemática ensinar frações por meio de ferramentas tecnológicas, ele deve ter um domínio amplo e teoricamente robusto desses conhecimentos, bem como estratégias e formas de ensiná-los.

Palavras-chave: Conhecimento especializado, frações, ensino, professor de matemática.

1. Introducción

El conocimiento matemático en profesores de matemática cumple una función fundamental en los procesos de enseñanza que se desarrollan en las distintas instituciones de educación, ya que se ha consolidado como una herramienta eficaz. Además, cuando estos profesores tienen un alto conocimiento, tienen una mejor preparación para ayudar a los estudiantes en la comprensión de diferentes temáticas (Zegarra y Juliá, 2021).

Diversas investigaciones se han desarrollado bajo el marco del conocimiento especializado en matemáticas (MTSK). En Paternina, Juárez y Zakaryan (2021) se encontró que el conocimiento del profesor de matemáticas resulta ser complicado, por lo cual se requiere de estudios más profundos que permitan complementar estos análisis. En Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón, (2021), Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón (2022), Padilla-Escorcía (2022), Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón (2023) y Padilla-Escorcía et al. (2023) se halló que el docente de matemáticas debe conocer a profundizar los elementos teóricos del contenido que imparte, para así desarrollarlo de manera acertada. En Peñaherrera, Segovia y vasco (2021) se ahondo, en que el Modelo de conocimiento especializado del profesor (MTSK) permite analizar de forma más avanzada los conocimientos que éste imparte.

En un estudio presentado por Henríquez et al. (2021) identificaron que, por medio del teorema de Thales, la demostración matemática asume un estrecho vínculo con el conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM) del modelo MTSK. Asimismo, en Rodríguez y Teixeira (2021) encontró que, un selectivo grupo de docente en matemáticas hace uso del subdominio del conocimiento de los temas (KoT) y menos usual de los subdominios de las estructuras matemáticas (KSM) y de las prácticas matemáticas (KPM) del modelo antes en mención.

Ahora bien, resulta relevante mencionar que las nuevas tecnologías han jugado un papel importante en el campo educativo a nivel general, por lo que en la educación matemática no puede ser la excepción (Padilla-Escorcía y Conde-Carmona, 2020). Es así, que los profesores de matemáticas deben conocer a fondo instrumentos y utensilios tecnológicos que permitan enseñar de forma más práctica, y a su vez la adquisición de conocimientos en un espacio factible en los educandos (Hernández -Sánchez et al., 2016).

En el contexto nacional, Colombia manifiesta dificultades en el acceso a herramientas tecnológicas e internet. Sánchez et al. (2020) afirman que, en el país, solo el 49,8 % de las familias colombianas cuenta con acceso a internet, además, en su gran mayoría solo cuentan con un solo computador. Lo cual evidencia, un obstáculo en los diferentes procesos de enseñanza por medio de herramientas tecnológicas.

En este orden, el objetivo de la investigación está enfocado en Caracterizar los conocimientos especializados de un docente en Matemáticas de la educación básica-secundaria que enseña Fracciones haciendo uso de herramientas tecnológicas en tiempos del Covid-19. Así las cosas, para darle sentido a este objetivo se plantea el siguiente interrogante, ¿Qué conocimientos especializados están inmerso en la práctica pedagógica del docente que enseña Fracciones?

Esta investigación está sustentada en el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) (Carrillo et al., 2013; Carrillo et al., 2018), el cual comprende dos dominios de conocimiento con los cual debe contar cualquier licenciado que enseña matemáticas. Estos son: el dominio de conocimiento matemático (MK) y el conocimiento didáctico-pedagógico de las matemáticas (PCK). El MK se define como una red de conocimiento estructurado que permite al profesor comprender los fundamentos y reglas de las matemáticas a partir de sus conjeturas y la de los estudiantes; por su parte, el PCK, se define como un conjunto de conocimientos, destrezas y habilidades que posee el profesor con fines de enseñanza de las matemáticas y que están conectados con su práctica de aula (Escudero y Carrillo, 2020). Así mismo, cada uno de estos dominios de conocimiento se desprende en 3 subdominios. El MK se divide en los siguientes: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de las estructuras matemáticas (KSM) y conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM); por su parte el PCK se divide en: conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFML), conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)

Ahora bien, el KoT se define como el conocimiento del profesor de manera fundamentada acerca de los contenidos de las matemáticas que enseña, por lo que este conocimiento se espera que sea superior al conocimiento que se espera adquieran los estudiantes. Acorde con Flores et al. (2014) incluye el conocimiento acerca de definiciones, procedimientos, propiedades, registros de representación y relaciones fenomenológicas.

El KSM se define como el conocimiento del profesor para establecer relaciones inter conceptuales e intra conceptuales entre contenidos de las matemáticas. Las conexiones inter conceptuales son ideas matemáticas que vinculan representaciones del mismo concepto o diferentes, las conexiones intra conceptuales son ideas matemáticas que tienen lugar en la proximidad de un único concepto, estas conexiones se dan dentro del mismo nivel académico en el que se desarrolle un contenido matemático o de niveles inferiores o superiores, esto para poder simplificar o amplificar la complejidad de los mismos.

El KPM es el conocimiento del profesor para saber demostrar, justificar, validar, modelar y proceder en matemáticas, es decir su significado puro. Así mismo, es el conocimiento del profesor sobre la jerarquía en las matemáticas, las formas de proceder en la resolución de problemas matemáticos, el buen uso de símbolos formales en matemáticas y las condiciones que se requieren para generar una definición en matemáticas. De igual manera, el fomento a la notación formal dentro de las matemáticas por parte del profesor (Montes, 2015, Delgado y Zakaryan, 2019; Padilla-Escorcia y Acevedo- Rincón, 2020).

Ahora bien, en cuanto al conocimiento didáctico-pedagógico, se tiene el KFLM, que se define como el conocimiento del profesor acerca de las motivaciones que emergen en el aprendizaje de los estudiantes, así como los obstáculos que conllevan a las dificultades en su aprendizaje, basado en su experiencia y en teorías institucionalizadas de la educación matemática. El KMT, se concibe como el conocimiento del profesor acerca del potencial que le ofrecen recursos materiales y virtuales aplicados en la enseñanza de las matemáticas, además, corresponde al conocimiento de actividades, ejemplos y estrategias utilizadas en la enseñanza y sustentadas en su experiencia o en investigaciones derivadas de la educación matemática (Liñán, 2017). Por su parte, el KMLS, consiste en el conocimiento del profesor acerca de lo que se espera aprenda un estudiante de acuerdo a su nivel de escolaridad, así como el nivel con el que deben profundizar cada uno de los contenidos que comprende el currículo.

Ahora bien, para términos de esta investigación se centra la atención en lo subdominios de conocimiento KoT y KMT del MTSK, para esto se hace una adaptación de los indicadores de conocimiento propuestos por Padilla-Escorcia (2020) al tema correspondiente a las fracciones.

Tabla 1. Indicadores de MTSK

Dominio	Subdominio	Categorías	Descriptor
MK	KOT	(AA1) Conocimiento acerca de las definiciones. (AA2) Conocimiento de tipo fenomenológico o aplicativo en el contexto cotidiano de los temarios matemáticos. (AA3) Conocimiento acerca de los registros de representación manifestados en las matemáticas escolares. (AA4) Conocimientos de las características y argumentos de contenidos matemáticos a ajustar en el contexto. (AA5) Conocimientos procedimentales de contenidos matemáticos en el contexto.	(BA1) Conocer las definiciones acerca de fracciones. (BA2) Identificar contextos de las propias matemáticas que puedan ser ajustadas de las matemáticas escolares (fracciones). (BA3) Representar los elementos de las matemáticas escolares (fracciones) en cada registro (gráfico, numérico, algebraico). (BA4) Aplicar las propiedades de las fracciones en la modelación de situaciones del contexto mediante herramientas tecnológicas. (BA5) Aplicar los procedimientos de las fracciones en la modelación de situaciones matemáticas (¿por qué se realiza así? ¿Cómo se realiza? ¿Cuándo se realiza así?)
PCK	KMT	(BD1) Conocimiento del tipo de contenido que le gusta a los educandos. (BD2) Conocimiento del grado de potencialidad de elementos físicos y virtuales en el modelado de contenidos en el contexto. (BD3) Conocimiento del nivel de eficacia de elementos físicos y virtuales de la enseñanza de los contenidos matemáticos. (BD4) Conocimientos de actividades, ejercicios, ejemplos que favorezcan la enseñanza de los contenidos matemáticos.	(ED1) Identificar escenarios que llaman la atención en el educando mediante el uso de plataformas tecnológicas. (ED2) Conocer y saber los utensilios necesarios de la plataforma virtual Quizizz y programas como Google Meet, Microsoft Office, Microsoft PowerPoint. Como herramientas de soporte para la modelación de las fracciones en el diario vivir. (ED3) Conocer y saber la eficacia del uso de herramientas TIC (Quizizz, Google Meet y programas de Microsoft office) para realizar ilustraciones matemáticas de forma interactiva de las fracciones. (ED4) Conocer diferentes actividades, ejercicios y ejemplos a efectuar por medio de herramientas tecnológicas que ayuden en la elaboración de modelos matemáticos relacionados con las fracciones.

Fuente. Padilla-Escorcía (2020) ⁶

2. Metodología

Esta investigación se desarrolló bajo un diseño de investigación cualitativa, el cual permite describir fenómenos a partir de contextos directos en los cuales se encuentra vinculado el investigador (Hernández-Sampieri, 2014). Además, de un diseño de investigación de estudio de caso instrumental (Stake, 2005) dado que a partir de un caso particular se pretende comprender e interpretar la realidad que abarca el conocimiento especializado del profesor que enseña las fracciones.

La metodología de la investigación es adaptada a partir de los propuestos por el autor; (Padilla-Escorcía, 2020) para esto, se tomaron las siguientes fases:

⁶ Esta tabla manifiesta los indicadores formulados de los subdominios KoT, KMT del MTSK en matemáticas.

- **Selección del participante:** La elección del participante se hizo siguiendo los criterios de Simons (2011) con respecto a que, de un conjunto posible de casos, se eligió el que tuviera las características del participante a analizar en esta investigación, que en este caso es que utilizara recursos tecnológicos para la enseñanza de las fracciones en la básica secundaria y que tuviera la disposición y consentimiento informado para participar en esta investigación.
- **Creación y ejecución de técnicas e instrumentos de recolección de información:** La técnica utilizada fue la observación no participante. El instrumento, la bitácora observacional, tuvo como objetivo analizar los subdominios KMT, KoT del MTSK por medio de tres clases de matemática bajo la temática, Fracciones.
- **Análisis de los resultados:** Esta fase consta del análisis de la información obtenida a partir de las observaciones realizadas. Para esto, se hace uso los indicadores propuestos en la tabla 1, los cuales permiten hacer una descripción detallada de los subdominios KMT, KoT del modelo MTSK de la investigación. En este sentido, se realiza una caracterización del profesor de matemáticas que enseña Fracciones. Analizando cada una de las prácticas y herramientas TIC utilizadas en este proceso de enseñanza, para luego establecer un juicio de lo hallado.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Si bien, la investigación se rige bajo un diseño cualitativo entonces se necesitan técnicas que se adapten a este (Hernández et al., 2010). Por lo cual, se utiliza la observación no participante, ya que se permite una mejor comprensión de lo que se está investigando, proporcionando interacciones con los procesos que se están desarrollando. En esta, el investigador no asume una postura de intervención, sino que deja que los sucesos de su alrededor sigan el curso normal (Adler y Adler, 1998).

Así las cosas, el instrumento utilizado para la ejecución de esta técnica fue la bitácora observacional. Por medio de ella se analizaron los siguientes aspectos: i) Herramientas Tic utilizadas; ii) Elementos del contenido matemático del profesor; iii) Elementos pedagógicos utilizados por el profesor para la enseñanza de fracciones. Así, se desarrollaron tres unidades de información, a partir del uso del instrumento, en tres grabaciones de clase, cuyo tema fue el de fracciones.

Descripción de las clases observadas

Las clases observadas abordan el tema Fracciones y se dividen en 3 episodios. El primero, comienza con una introducción a la temática, el segundo se enfoca en el desarrollo de ejercicios y el tercero está basado en la realización de un Quiz práctica, por medio de la plataforma tecnológica Quizziz. Así las cosas, se procede con la descripción de cada uno de los episodios mencionados con anterioridad.

Episodio 1: Se comienza dando un saludo de bienvenida por parte del docente a sus estudiantes, luego se mencionan las pautas para el desarrollo de esta; Mantener la cámara encendida, tener el uniforme de la institución puesto, pedir la palabra por el chat, contribuir para el ambiente sano de la clase. Luego, menciona la temática a trabajar “Fracciones” y con ello establece los indicadores de desempeño para esta; Utiliza los procesos de simplificación y complicación para obtener fracciones equivalentes, aplica los procedimientos aritméticos para calcular operaciones que involucren fracciones, resuelve situaciones cotidianas que requieran el uso de estas.

El docente menciona, que una fracción es una representa una razón de tipo donde b siempre tiene que ser diferente de cero. Este enfatiza a sus estudiantes, el tipo de representaciones de fracciones que este caso no puede ocurrir ya que, la división entre cero no se encuentra definida en el sistema numérico en que trabajamos, por ende, siempre se tiene que tener esa condición en cuenta al trabajar con fracciones.

Tabla 2. Diálogos del episodio 1

Número	Diálogo
	<p>Estudiante: ¡Es una división exacta!</p> <p>Profesora: Una división exacta, ok. ¿Quién más?</p> <p>Profesora: Digan cualquier cosa, no importa, lo que sea.</p> <p>María Nela: Es una expresión de una parte de una unidad.</p> <p>Salvatore: Profe, para mí una fracción es una parte de algo.</p> <p>Juan David: Para mí son partes divididas o separadas.</p> <p>Emmanuel: Profe yo creo que es el número y la cantidad que debemos dividir.</p> <p>Profesora: ¡Listo!, todos ustedes me han dado una idea de lo que es una fracción. Ahora pregunto; ¿En qué situaciones se pueden utilizar? ¿De qué forma?</p> <p>Carlos Andrés: Para repartir algo y decir que esto tiene que salir, por ejemplo: 5 trozos, $\frac{3}{4}$ de trozo</p>
	<p>Profesor: ¿Alguna pregunta hasta esta parte? Ahora miren, que también nos dicen que una fracción se puede expresar como un operador, miren acá (ver ilustración 3). como yo debo calcular $\frac{7}{3}$ de 12. Esto lo puedo hacer multiplicando las fracciones por 12. $7 * \frac{12}{3} = \frac{84}{3} = 28$. ¿Por qué decimos que la fracción amplió la cantidad?</p> <p>James: Porque se vuelve un número más grande</p> <p>Profesora: Ok, ¿qué creen que influye? Calculemos el siguiente ejemplo $\frac{2}{5}$ de 25 ¿qué hago? Este dos los multiplicó por 25 y obtengo 50, después lo divido entre 5 y tengo 10. Observen, ¿cuánto quedó?</p> <p>James: Quedó 10</p> <p>María: Quedó 10</p> <p>Profesora: ¡Muy bien! Ahora miremos lo siguiente, ¿cómo se lee $\frac{7}{3}$?</p> <p>Paula: Siete tercios</p> <p>Profesora: Ok, ahora ¿cómo sería el numerador si lo comparamos con el denominador? ¿Mayor o menor?</p> <p>Emmanuel: Mayor</p> <p>Carlos: Mayor</p> <p>Profesora: ¡Exacto! Siempre que apliquemos una fracción con operador y el numerador sea mayor que el denominador. La cantidad que tengamos se va a ampliar. Si comparamos el otro ocurrirá todo lo contrario</p>

Fuente. Elaborado por los autores

Episodio 2: En este episodio, el docente comienza a mostrarle ejemplos de la temática que se está trabajando a los estudiantes, haciendo uso de ejemplos cotidianos. Así, docente y estudiantes manifiestan una participación activa en el desarrollo de los ejercicios propuestos.

Los ejercicios propuestos por el docente, fueron tomados del libro institucional propuesto por la institución educativa. Además, este episodio de la clase es propuesta por el docente, para el fortalecimiento de la temática que se estaba desarrollando y a su vez, evidenciar el rol participativo en la clase. La mayoría de los estudiantes, manifestaron una postura participativa lo cual resultó ser beneficios en la clase.

Tabla 3. Diálogos del episodio 3

Número	Diálogo
	<p>Profesor: Ok, ahora mencionemos algunos ejemplos donde se pueda hacer uso de las fracciones ¿quién más propone otro ejemplo?</p> <p>Wilson: La tasa de mortalidad del covid-19.</p> <p>Profesor: ¡Muy bien! De esa situación podemos decir lo siguiente, por cada 3 mujeres dos se contagian por Covid-19.</p> <p>Profesor: Continuemos, otra situación en la que se puede usar la fracción como comparación, es que, si yo dijera, por ejemplo; por cada banano hay 3 mangos, ¿Qué fracción sería?</p> <p>María Nela: Uno arriba y tres abajo.</p> <p>Profesora: ¡Muy bien!, dicho de otra forma, un tercio</p>
	<p>Profesora: Ahora, como vemos en la imagen (ver figura 1). Una fracción representa una razón de tipo a/b donde b es diferente de cero. Hago una pregunta, ¿Por qué b es diferente de cero?</p> <p>Carlos Andrés: Porque es lo que representa la cantidad que es</p> <p>María Nela: Porque representa la cantidad de la unidad</p> <p>Emmanuel: Porque es un objeto irreal</p> <p>Profesora: Ok, ahora miremos acá (ver ilustración 2) esta imagen representa una fracción $2/6$ de esta recordemos que el dos corresponde al numerador y el seis denominador. En el caso de este último, esté siempre nos va indicar el número de veces que vamos a dividir la unidad. ¿Cuál sería la unidad aquí? Bueno, sería el círculo. Es decir, que dos se dividen en 6 partes.</p>

Fuente. Elaborado por los autores.

Episodio 3: Tuvo como objetivo, recordar lo desarrollado en la clase pasada. Así las cosas, la profesora inicia con un saludo de bienvenida, luego pasan la asistencia. Ahora, la profesora establece las reglas para participar en la que se desarrollará en la plataforma Quizziz, por lo cual les manifiesta a sus estudiantes directrices relacionadas con su comportamiento, tener la cámara encendida y silenciar sus micrófonos de sus dispositivos. Todos los estudiantes participan activamente y se procede con el inicio del juego. Los estudiantes se muestran ansiosos y preguntan si van a colocar notas de eso, la profesora responde que no, solo para practicar.

Figura 4. Uso de la plataforma Quizziz



Al terminar la partida se establece la siguiente conservación:

Tabla 4. Diálogos del episodio 3

Número	Diálogo
	<p>Profesora: Ok, vamos a iniciar la socialización, entonces iniciamos contarlos, colaborarnos con la lectura de la pregunta e inmediatamente responder.</p> <p>Carlos: El estudiante comienza a leer el inciso a que se ve la anterior ilustración y responde lo siguiente; por cada 14 zanahorias hay 12 tomates</p> <p>Profesora: 14 doceavos, ¿estamos de acuerdo con Carlos?</p> <p>María: ¡Sí!</p> <p>Profesora: ¡Correcto!, entonces esa sería la respuesta. ¡Bien Carlos! ¿Quién quiere socializar la pregunta y respuesta b?</p> <p>Liceth: ¡Yo profe!</p> <p>Profesora: Ok, entonces pasa Liceth, luego Manuel y luego Marcela</p> <p>Liceth: La estudiante lee la pregunta b de la ilustración 4 y responde; sería 12 octavos</p> <p>Profesora: ¿estamos de acuerdo con Marcela? Veamos nuevamente que nos dice la pregunta (se lee la pregunta b). Todos hablan juntos, no los logro escuchar, vamos a pedir la palabra.</p> <p>Mauro: ¡Profe! Son 6 octavos, ya que, nos están diciendo sobre las manzanas verdes, no sobre las rojas.</p> <p>Profesora: Ok, contamos las manzanas verdes y hay 6. Y si contamos las peras hay 8. Es decir, la fracción sería seis octavos.</p> <p>Profesora: Liceth, te escucho, ¿ya hiciste la corrección?</p> <p>Liceth: ¡Sí profe!</p> <p>Profesora: ok, ahora sigue Manuel con la pregunta c</p> <p>Manuel: El estudiante lee el inciso c que se encuentra en el libro y responde; la respuesta es 4 y el otro número no lo se menciona 7 cuatro séptimos creo</p> <p>Profesora: ¡sí Manuel! Son cuatro séptimos. Entonces, ¿estamos de acuerdo con Manuel?</p> <p>Profesora: ¡muy bien! Esa sería la respuesta correcta</p> <p>Profesora: continúa Antonela</p> <p>Antonella: lee el interrogante d de la ilustración y responde; 6 Lechugas hay 12 tomates.</p> <p>Wilson: Lee el punto d de la ilustración y responde: por cada 4 sandías hay 5 auyamas</p> <p>Profesora: ¿pero entonces cuál sería la fracción?</p> <p>Wilson: dos cuartos</p>
	<p>Profesora: ¡excelentes muchachos! Cuéntame, ¿qué tal estuvo la experiencia?</p> <p>Juan afirmó: “esta plataforma me parece muy buena, genial, ya que permite aprender y divertirse, pero lo que no me gusta es que, si uno está en el primer puesto y se equivoca en una sola, de una lo manda a los últimos puestos. Sin embargo, es chévere profe”</p> <p>Profesora: “¡jajaja! Eso suele pasar, pero lo importante es divertirse y aprender “con lo cual confirma lo mencionado.</p>

Fuente. Elaborado por los autores

3. Análisis de los resultados

En términos generales se recolectaron dos unidades de observación, las cuales se desarrollaron de forma virtual sincrónica, cabe señalar que, se seleccionaron tres episodios que fueron mencionados anteriormente debido a que, fueron varias horas de observación y lo cual se volvía extenso. El profesor mostró acercamientos con respecto a los subdominios KoT y KMT del modelo MTSK.

Así las cosas, se seleccionó un episodio correspondiente al conocimiento (KoT) del profesor de matemáticas y dos episodios para el conocimiento de tipo (KMT). Siendo el primero, el subdominio compuesto por más elementos evidenciados durante el desarrollo de la clase. Del mismo modo, para mayor comprensión, en la tabla 2 se muestran cada uno de los apartados donde el profesor evidenció elementos correspondientes al conocimiento especializado, además se muestra a detalle el número de unidades, según su categoría, subdominio y número de líneas.

Tabla 4. Componentes de información del profesor

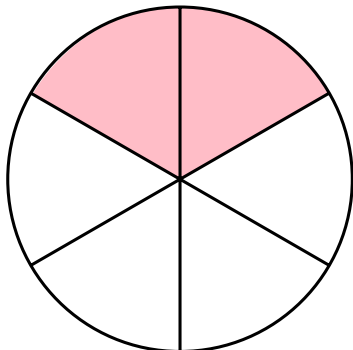
Subdominio	Categoría	U1
KoT	Definiciones	D1
	Fenomenológica y aplicaciones	D2
	Representaciones	D3
	Características y argumentos	D4
	Procedimientos matemáticos	D5
KMT	Contenido	
	Grado de potencialidad de elementos físicos y virtuales	
	Actividades y ejercicios matemáticos	52-78

Fuente. Padilla-Escorcía (2020)⁷

En cuanto al subdominio KoT, comenzando por las definiciones, el profesor manifiesta un adecuado dominio de conceptos referentes a la temática (fracciones). Para definir a sus estudiantes, el profesor establece preguntas tales como; ¿qué es una fracción? Tal cual como se establece en el diálogo (1.U1- 1-9).

Figura 1. Introducción a las fracciones.

- La fracción en la relación numérica que se utiliza para interpretar algunas situaciones en las que se comparan, se parten o se transforman cantidades.
- Se representa $\frac{a}{b}$ con b diferente de cero.



$$\frac{2}{6}$$

numerador: partes que se toman de la unidad

denominador: número de partes en que se divide la unidad

Fuente. Elaborada por los autores.

En lo anterior, se observa que el profesor realiza una pequeña fase exploratoria con sus estudiantes, en la cual establece un diálogo apoyado de una imagen (ver figura 1) cuya finalidad es conocer las concepciones

⁷ La tabla 2 surge de una adaptación a la propuesta por (Padilla-Escorcía ,2020). En esta se muestra de forma organizada, las líneas de las transcripciones realizadas en las unidades 1 & 2.

sobre el tema a desarrollar (fracciones). Además, se evidenció un adecuado dominio en las definiciones de la temática, ya que, una fracción es definida como un número que se consigue al momento de dividir un número entero en partes similares. De hecho, lo mencionado hace parte de los componentes del KoT.

Por otra parte, a lo que se refiere sobre aspectos fenomenológicos y aplicativos de los componentes matemáticos, los diálogos (Se observó que el profesor establece comparaciones a sus alumnos de cómo pueden ser utilizadas en un contexto cotidiano. De hecho, para Ávila (2020) las temáticas del contenido matemático deben ser contextualizadas en el contexto cotidiano de los estudiantes, esto permite que obtenga una mayor apropiación en su proceso de aprendizaje.

Desde el punto de vista matemático, el tema desarrollado “Fracciones” puede ser utilizado en múltiples situaciones del quehacer diario del ser humano, en algunos casos, para una mejor comprensión de dichos sucesos. En los diálogos, solo se observaron tres ejemplos de estos; Tasa de mortalidad del Covid-19, Trozos de un pastel y comparación de frutas.

A pesar de, que en el desarrollo de la clase se hizo uso de ejemplos cotidianos referidos al componente fenomenológico y aplicativo de las fracciones (KoT), lo cual se resalta. Estos carecían de elementos conceptuales, además, no se hizo una profundización procedimental, sólo fueron mencionados lo que conlleva al estudiante a no saber cómo puede utilizarlos.

En cuanto a las representaciones, características y procedimientos de “Fracciones” (elementos conceptuales del componente KoT) se analizaron los diálogos:

En el diálogo el profesor mostró otra forma de representar una fracción; como una razón. Para esto, menciona los elementos que conforman; Numerador y denominador por medio del uso de la figura 2. De ahí, hace uso del ejercicio que se evidencia en esta misma, para así lograr una apropiación más amplia de lo explicado a sus estudiantes. Sin embargo, la conceptualización prevista por el docente debió especificar a fondo estos elementos, ya que, al momento en que el profesor pregunta; ¿Por qué b es diferente a cero? Carlos y Emanuel (seudónimos) expresaron algo fuera de contexto sobre lo que en verdad representa b (denominador). Para corroborar lo anterior, el diálogo correlativo a este [Se observa que el profesor dejó pasar por alto y procedió a realizar ejercicios sin hacer una aclaración a sus estudiantes.

Por otra parte, en el diálogo (el profesor muestra a sus estudiantes otra forma de representar a las fracciones; cómo un operador. De hecho, no solo se evidencia el componente de representación del KoT, sino también el procedimental, ya que, para explicar la forma en cómo se expresa la fracción mediante este método, el profesor decide explicarlo de forma directa con ejercicios. Con esto, se observó que el profesor maneja un adecuado dominio de los conocimientos AA3, pertenecientes al subdominio KoT del dominio MK del modelo ejecutado.

Figura 2. Tipo de fracciones según su representación

Ejemplo:

- **Fracción como comparación:**
3 de cada 10 personas — $\frac{3}{10}$
- **Fracción como cociente:**
 $20 \div 4 = \frac{20}{4}$
- **Fracción como operador:**
 $\frac{7}{3}$ de 12 $\Rightarrow \frac{7 \times 12}{3} = \frac{84}{3} = 28$ Amplia
 $\frac{2}{5}$ de 25 $\Rightarrow \frac{2 \times 25}{5} = \frac{50}{5} = 10$ Reduce

Fuente: Elaborada por los autores.

En cuanto al apartado procedimental, el docente ejecuta una serie de ejercicios referente a la temática abordada (ver figura 3). En estos, se observa un profesor muy atento en la participación de sus estudiantes, además, son mostrados con el fin de dar respuesta a interrogantes tales cómo, ¿por qué se hace así? ¿Cómo se realiza? ¿Qué método se puede utilizar?

De esto, se observa que el profesor posee la categoría AA5 referida a los conocimientos procedimentales de contenidos matemáticos, estos pertenecientes al subdominio KoT. De ahí que, se percibe que los ejercicios se realizan para modelar situaciones en las cuales se respondan a los interrogantes ya mencionados. Para lograr esto, el profesor asignaba ejercicios a estudiantes al azar con el fin de que ellos los realizarán y socializarán con el curso en general. Con esto, los estudiantes lograron afianzar los conocimientos aprendidos y a su vez, complementar elementos que no fueron tenidos en cuenta al momento de realizar dicho ejercicio.

Figura 3. Ejemplos

y azules que tiene Mauricio.

2. En la figura 1, puedes ver la vitrina de un supermercado.



Figura 1

Responde las preguntas, de acuerdo con la figura 1.

- ¿Cuál es la cantidad de zanahorias respecto a la cantidad de tomates?
- ¿Cuál es la cantidad de manzanas verdes respecto a la cantidad de peras?
- ¿Cuál es la cantidad de sandías respecto a la cantidad de bananos?
- ¿Cuál es la cantidad de tomates respecto a la cantidad de lechugas?
- ¿Cuál es la cantidad de ahuyamas

4. Mónica elaboró el plano de la torre Eiffel que aparece en la figura 2.



Figura 2

La escala que se usó es 1 : 6 000. Esto significa que 1 cm del dibujo corresponde 6 000 cm en la realidad. Teniendo en cuenta lo anterior, determina la distancia real entre:

- la base de la torre y su punto más alto.
- los dos puntos extremos de la base.
- la altura del arco de la base.

Resolver problemas

5. Aplicación. Felipe quiere tomar un curso en vacaciones, así que decide ir a una feria para tener más información sobre lo que le interesa. Después de recorrer varios

Fuente. Elaborada por los autores

Así las cosas, BD1 (Conocimientos del tipo de contenido que le gustan a los educandos) el profesor evidencia manejar plataformas y programas como Quizis, Word y PowerPoint como herramientas especializadas, en el desarrollo de las temáticas “Fracciones”. Específicamente, en elementos tales como; definiciones, tipo de fracciones como se muestran en las figuras 1 y 2.

Del mismo modo, otro elemento que llama la atención es BD4 (Conocimientos de actividades, ejercicios, ejemplos que favorezcan la enseñanza de los contenidos matemáticos) ya que, el profesor manifestó un buen dominio de la temática “Fracciones” lo cual fue necesario para el desarrollo de la clase.

Entre esto se destaca, el uso de ejemplos cotidianos como se muestra en la figura 3, para lograr una clara comprensión de los ejercicios, el profesor propuso socializar las soluciones entre todos. Para esto, eligió un determinado número de estudiantes, los cuales serían los encargados de resolverlos, luego, exponían los resultados con los demás compañeros, lo cual generó un espacio de trabajo colaborativo, y ciertas dudas fueron resueltas. Un caso particular de esto se ve en el diálogo.

En BD4, también se encontró que el profesor hace uso de la herramienta Quizis para el favorecimiento de la enseñanza de la temática. En la figura 4 se observa los resultados obtenidos por los estudiantes en la actividad propuesta por el profesor. Además, algunos estudiantes expusieron satisfacción con esta herramienta, tal cual como se observa en el diálogo

4. Discusión de los resultados

Esta investigación halló que el mayor dominio del conocimiento del profesor que enseña fracciones se centra en elementos relacionados con el contenido, representaciones, fenomenología y aplicaciones. Además, manifiesta un alto grado de potencialidad de elementos físicos y virtuales. Lo cual está alineado con la investigación realizada por Rojas, Flores y Carrillo (2015) en donde encontró que en la enseñanza de las fracciones el profesor se desvincula del formalismo de las matemáticas, y se centra en utilizar o en su mayoría centrar la atención de sus estudiantes en las representaciones gráficas de las fracciones, más no la esencia del significado y definición misma de este contenido.

Así las cosas, llama la atención la manera en la cual el profesor enseña la temática abordada, haciendo uso de elementos textuales, didácticos, y tecnológicos para el desarrollo de los contenidos. En estos procesos de aprendizaje- enseñanza se evidenció el uso de dominios del modelo MTSK tales como KoT y KMT. Siendo el primero, el componente con mayor influencia en el trabajo. Así, los elementos con relación a las definiciones, mostró un profesor que posee conocimientos suficientes para explicarlo a sus educandos. Sin embargo, hubiera sido interesante que la fracción se definiera bajo elementos conceptuales más profundos. De hecho, en Rojas (2014) el concepto de fracciones es explicado bajo las siguientes premisas: i) Fracción como parte de todo, ii) fracción como operador, iii) clase de fracciones, y iv) operaciones. Cabe señalarla que, alguno de esta evidencia relación con lo establecido por el participante (profesor).

A lo referido con el primer elemento, el autor estableció la fracción como parte de todo cuando manifiesta la relación del número de partes que componen la porción y la cantidad del total considerada. Asimismo, la fracción como operador es concebida por el autor como una operación multiplicativa sobre una determinada unidad, mostrando una división en las distintas formas que lo indique el denominador, y para el caso de la multiplicación lo opuesto a esta.

Conclusiones

Este trabajo, caracterizó los conocimientos especializados de un docente en Matemáticas de educación básica-secundaria que enseña Fracciones haciendo uso de herramientas tecnológicas en tiempos del Covid-19. Así las cosas, las principales conclusiones desprendidas a partir del desarrollo de esta son mostradas a continuación.

En primer lugar, se encontró que el profesor de matemáticas evidencia relaciones en los conocimientos especializados KoT y KMT del modelo pedagógico MTSK, específicamente en la enseñanza de fracciones por medio de las herramientas tecnológicas. Lo cual demuestra que, el docente de esta área del saber deberá poseer un dominio amplio y robusto teóricamente hablando de dichos conocimientos. Esto para utilizar, analizar y visualizar de forma práctica las diferentes herramientas Tic, ya sea enfocados en los contenidos propios del área en particular (Matemáticas) o situaciones propias del contexto a trabajar.

Referencias

- Ávila Lavid, J. (2020). Las estrategias lúdicas en la enseñanza de la matemática. Recuperado a partir de <http://repositorio.ug.edu.ec/handle/redug/48692>
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores, E., Escudero, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar, A., Ribeiro, M., y Muñoz, M. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 236-253, DOI: 10.1080/14794802.2018.1479981
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., y Muñoz, M. (2013). Determining specialized knowledge for mathematics. In *Proceedings of the CERME*, 8, pp. 2985-2994
- Chang, C., Montesdeoca, V., Mora, D., y Rodríguez, N. C. (2021). Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión, aplicando el modelo MTSK. *NÚMEROS*, 108.
- Climent, N., Espinoza-Vásquez, G., Carrillo, J., Rivas, C., y Ponce, R. (2021). Una lección sobre el teorema de Thales, vista desde el conocimiento especializado del profesor. *Educación Matemática*, 33, 2021. Doi: 10.24844/EM3301.04.
- Delgado, R., y Zakaryan, D. (2019). Relationships Between the Knowledge of Practices in Mathematics and the Pedagogical Content Knowledge of a Mathematics Lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, pp. 1 – 21
- Escudero, D., y Carrillo, J. (2020). El Conocimiento Didáctico del Contenido: Bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *Educación Matemática*, 32(2), pp.1-38. DOI: 10.24844/EM3202.01
- Flores, E., Escudero, D., Montes, M., Aguilar, A., y Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. *Publisher Universidad de Huelva Publicaciones*, pp. 57 -72

- Hernández-Sánchez, J., Borjón-Robles, E., y Torres-Ibarra, M. (2016). Dimensiones de la tecnología en la formación inicial de profesores de matemáticas: un estudio desde el currículum oficial. *Eco Matemático*, 7(1), pp.6–19. DOI: <https://doi.org/10.22463/17948231.1008>
- Hernández-Sampieri, R. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: McGRAW-HILL / Interamericana Editores, S.A. DE C.V; ISBN: 978-1-4562-2396-0.
- Liñan, M. (2017). Conocimiento especializado en Geometría en un aula de 5° de primaria. Universidad de Huelva, Departamento de Didácticas Integradas.
- Montes, M. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas acerca del infinito. Un estudio de caso. Universidad de Huelva – Departamento de Didáctica de las Ciencias y la Filosofía. Huelva
- Padilla-Escorcía, I., y Acevedo-Rincón, J. (2023). Caracterización del conocimiento especializado del profesor que enseña la hipérbola a través de las TIC. *Encuentros*, 21(2), pp. 1-14. <https://doi.org/10.15665/encuen.v22i02-Julio-Dic.3253>
- Padilla-Escorcía, I., Acevedo-Rincón, J., y Montes-Navarro, M. (2023). Specialised Knowledge of Mathematics Teacher to Teach through Modelling using ICTS. *Acta Scientiae*, 25(1), 160-195. DOI: 10.17648/acta.scientiae.7363
- Padilla-Escorcía, I. (2020). Una caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas para el uso efectivo de las TIC en la enseñanza. [Tesis de Maestría en Educación de la Universidad del Norte-Colombia]
- Padilla-Escorcía, I., y Conde-Carmona, R. (2020). Uso y formación en TIC en profesores de matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (60), pp. 116-136. <https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n60a7>
- Padilla- Escorcía, I.A., Acevedo- Rincón, J.P. (2021). Conocimiento especializado del profesor que enseña la reflexión de la función trigonométrica seno: Mediaciones con TIC. *Eco Matemático*, 12 (1), 93-106. DOI: 10.22463/17948231.3072
- Padilla-Escorcía, I., y Acevedo-Rincón, J. (2022). Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en la Enseñanza de la Modelación de la Elipse a Través de Recursos Tecnológicos. *Revista Lasallista de Investigación*, 19(1), pp. 67-83. <https://doi.org/10.22507/rli.v19n1a4>
- Padilla-Escorcía, I. (2022). Caracterización del conocimiento especializado del profesor en la modelación de las funciones trigonométricas en GeoGebra. *Encuentros*, 20, pp. 23-39. Universidad Autónoma del Caribe. <https://doi.org/10.15665/encuen.v20i02-Julio-dic.2850>
- Peñaherrera, C., Segovia, V., Vasco, D., & Climent, N. (2021). Conocimiento especializado de un profesor universitario sobre medidas de centralización y de dispersión, aplicando el modelo MTSK. *Números*. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, pp. 99-117.

- Rodríguez, A. L., & Teixeira, B. R. (2021). Conhecimento Especializado do Professor de Matemática em Dissertações e Teses Brasileiras. *Revista de Ensino, Educação e Ciências Humanas*, 22(3), pp.310-316.
- Rojas, N., Flores, P., y Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema*, 51, pp.143-167. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>
- Sánchez-Gómez, J., Quiroga, K. y Ospina, P. (2020). Desafíos tecnológicos para el sector educativo en América Latina en tiempos de pandemia. *Programa de Investigación de Política Exterior Colombiana*.
- Stake, R. (2005). *Qualitative Case Studies*. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research*, pp.443 – 466.
- Zegarra, Jaime., y Juliá, Carmen. (2021). Conocimiento matemático de estudiantes para docentes de Educación Primaria: Análisis de variables. *Uniciencia*, 35(1), pp.124-138. <https://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.8>