

## Creación de problemas aditivos de enunciado verbal por profesores de Educación primaria en México



### Cómo citar este artículo:

Rodríguez-Nieto Camilo Andrés; García-González María S.; Navarro-Sandoval Catalina; Castro-Inostroza Angela (2023) Creación de problemas aditivos de enunciado verbal por profesores de Educación primaria en México. En revista Encuentros, vol. 21-01. Universidad Autónoma del Caribe.

Doi: 10.15665/encuen.v21i01-Enero-junio.2668

Camilo Andrés Rodríguez-Nieto, Universidad del Atlántico, Colombia.  
[camiloarodriguez@mail.uniatlantico.edu.co](mailto:camiloarodriguez@mail.uniatlantico.edu.co), <https://orcid.org/0000-0001-9922-4079>  
María S. García-González  
Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), México.  
[msgarcia@uagro.mx](mailto:msgarcia@uagro.mx), <https://orcid.org/0000-0001-7088-1075>  
Catalina Navarro-Sandoval  
Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro), México.  
[catalinans@uagro.mx](mailto:catalinans@uagro.mx), <https://orcid.org/0000-0001-5214-0062>  
Angela Castro-Inostroza  
Universidad Austral de Chile, sede Puerto Montt.  
[angela.castro@uach.cl](mailto:angela.castro@uach.cl), <https://orcid.org/0000-0002-1732-6520>

Recibido: 10 de julio de 2022 / Aceptado: septiembre 25 de 2022

### RESUMEN

En este artículo se analizaron los problemas aditivos desafiantes de enunciado verbal creados por un grupo de profesores de Educación Primaria en México. Bajo una metodología cualitativa los datos fueron recolectados en un taller donde los profesores crearon sus problemas, y se examinaron mediante un análisis de contenido con base en la clasificación de los problemas aditivos según su estructura semántica. Los hallazgos muestran que, la mayoría de los profesores crean problemas con estructuras de cambio en la incógnita en la cantidad final, y problemas de combinación con la cantidad desconocida en el todo. Los profesores propusieron pocos problemas de comparación e igualación que son los más desafiantes, pero se evidenciaron problemas con estructuras semánticas compuestas. Se concluye que, es importante seguir investigando sobre los problemas aditivos de comparación e igualación o bien problemas (una y varias etapas) que requieran para su resolución la conexión entre diferentes estructuras semánticas, con el fin de formar estudiantes matemáticamente competentes desde las edades tempranas.

*Palabras clave:* Creación de problemas, problemas aditivos verbales, estructura semántica, profesor de educación primaria.

## Primary school Teachers' additive problem-posing of word-problem in Mexico

### ABSTRACT

In this article, the challenging additive word problems created by a group of Primary School teachers in Mexico were analyzed. Using a qualitative methodology, data were collected in a workshop where teachers created their problems and were examined through content analysis based on the classification of additive problems according to their semantic structure. The findings show that most teachers create problems

with change structures in the unknown in the final quantity, and combination problems with the unknown quantity in the whole. The teachers proposed few comparison and matching problems that are the most challenging, but problems with compound semantic structures were evident. It is concluded that it is important to continue researching on additive comparison and equalization problems or problems (one and several stages) that require the connection between different semantic structures for their resolution, in order to train mathematically competent students from an early age.

*Keywords: Problem-posing, additive word problems, semantic structure, Primary school teachers.*

## Criação de problemas de palavras aditivas por professores de ensino fundamental no México

### RESUMO

Neste artigo, foram analisados os desafiadores problemas de palavras aditivas criados por um grupo de professores de ensino fundamental no México. Utilizando uma metodologia qualitativa, os dados foram coletados em uma oficina onde os professores criaram seus problemas e foram examinados por meio da análise de conteúdo baseada na classificação de problemas aditivos de acordo com sua estrutura semântica. Os resultados mostram que a maioria dos professores cria problemas com estruturas de mudança na incógnita na quantidade final e problemas de combinação com a incógnita no todo. Os professores propuseram poucos problemas de comparação e correspondência que são os mais desafiadores, mas problemas com estruturas semânticas compostas eram evidentes. Conclui-se que é importante continuar pesquisando sobre problemas de comparação aditiva e emparelhamento ou problemas (uma e várias etapas) que exijam a conexão entre diferentes estruturas semânticas para sua resolução, a fim de formar alunos matematicamente competentes desde cedo.

*Palavras-chave: Criação de problemas, problemas aditivos de palavras, estrutura semântica, professor de ensino fundamental.*

---

### 1. Introducción

De acuerdo con estándares internacionales la resolución de problemas desempeña un rol crucial en la enseñanza de las matemáticas (e.g., National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Common Core State Standards Initiative [CCSSI], 2018). Específicamente, el NCTM (2000) sostiene que el papel del profesor es fundamental en la selección de problemas y tareas matemáticas. De hecho, en el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) se reconoció que, los estudiantes deben resolver problemas que involucren situaciones aditivas (transformación, composición, comparación e igualación) por medio de estrategias de cálculo. De igual manera en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) (MEN, 2016) se promocionan problemas de cambio (*Pedro tiene 19 dulces y la regala 5 dulces a Diana, ¿Cuántos dulces le quedan a Pedro?*) y combinación (*María recolectó 128 semillas y Mateo recolectó 296 semillas, ¿Cuántas semillas recolectaron entre los dos?*) para los grados primero, segundo y tercero de Primaria.

En el caso de México, la resolución de problemas se considera una competencia que los estudiantes deben desarrollar de manera autónoma (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2011), con la intención de que identifiquen, *planteen* y resuelvan una variedad de problemas o situaciones cotidianas en las que

se consideren diversos tipos de soluciones. Para que esta competencia sea desarrollada se exige que los profesores tengan claridad acerca de los problemas que les van a plantear a sus estudiantes (SEP, 2011).

Particularmente, los problemas aditivos de enunciado verbal se manifiestan difíciles para su resolución debido a que contienen implícitamente estructuras semánticas que los hacen sencillos (cambio y combinación) o complejos (comparación e igualación) (e.g., Verschafel, Schukajlow, Star y Van Dooren, 2020). En este sentido, se han realizado estudios sobre el nivel de dificultad (Orrantia, Tarín y Vicente, 2011) y el contexto situacional (Vicente, Orrantia y Verschaffel, 2008) de los problemas aditivos verbales, así como de las estructuras semánticas y de la componente sintáctica (Rodríguez-Nieto, 2018; Rodríguez-Nieto, Navarro, Castro y García-González, 2019; Orrantia *et al.*, 2018). Esta dificultad, en gran parte, es debida a la influencia de las variables lingüísticas, numéricas y la relación entre la componente lingüística y la complejidad numérica (Daroczy, Wolska, Meurers y Nuerk, 2015). Por ejemplo, los estudiantes realizan una elección inadecuada de una palabra clave del problema (Blanco, Caballero y Cárdenas, 2014), o eligen una operación inadecuada (Orrantia *et al.*, 2005; Vicente *et al.*, 2008) por la escasa comprensión del enunciado del problema. También, Frías y Castro (2007) concluyeron que, los problemas de más de una etapa son los más difíciles de trasladar en expresiones aritméticas, y más cuando, se trata de relaciones de comparación (consistente e inconsistente) o combinaciones entre estructuras aditivas.

Castro (2013) y Orrantia *et al.* (2005) apuntan a que las estrategias superficiales y las dificultades presentadas por los estudiantes al resolver problemas podrían ser promovidas por el uso de materiales curriculares como los libros de texto o por el tipo de problema creado por el profesor. Al respecto Castro *et al.* (2014a) señalan que los profesores usan una palabra clave (e.g., agregar, quitar) para formular problemas aditivos, y en consecuencia enseñan a sus estudiantes a resolver el problema asociando la palabra clave con la operación adecuada (agregar-suma, quitar-resta) pero dejan de lado la revisión detallada del procedimiento que realiza el alumno, y centran su evaluación en el resultado final (Polotskaia, Savard y Freiman, 2016). En este sentido, consideramos importante la creación de problemas por parte de los profesores.

En la actualidad la creación o planteamiento de problemas es considerada una actividad efectiva para mejorar la comprensión matemática de los estudiantes y las competencias de enseñanza de las matemáticas por parte de los profesores (Cai y Hwang, 2002; Cai, Hwang, Jiang y Silber, 2015; Lee, Capraro y Capraro, 2018). Asimismo, algunos organismos curriculares consideran importante el planteamiento o creación de problemas matemáticos con base en situaciones de la vida real y mejorar la comprensión de los estudiantes (NCTM, 2000; Ministry of National Education [MoNE], 2009; SEP, 2011). En este sentido, la Asociación of Mathematics Teacher Educators [AMTE] (2017) sostiene que, los maestros de matemáticas pueden explicar su conocimiento matemático y aplicarlo a situaciones del mundo real, considerar el nivel escolar de los estudiantes y considerar que las matemáticas son una actividad que promueve la perseverancia, el planteamiento de problemas y su resolución.

Plantear un problema matemático ayuda a que los estudiantes y profesores relacionen conceptos y sus significados, procedimientos, representaciones y formulen situaciones establecidas con nuevas situaciones utilizando su interpretación de la vida real o la cotidianidad a través de modelos matemáticos (Tichá y Hošpesová, 2009; AMTE, 2017; Sitrava y Işık, 2018). Además, se reconoce que la creación de problemas mejora el conocimiento del contenido matemático y pedagógico del profesor, permite descubrir conceptos erróneos de los estudiantes que no son consistentes con la matemática institucionalizada, evaluar la capacidad de aprendizaje de los estudiantes, es útil para desarrollar la habilidad de resolución de problemas y considerar los factores lingüísticos y matemáticos que requiere un problema (Stoyanova, 2003; Tichá y Hošpesová, 2009). Sin embargo, la creación de un problema a

la vez se torna un proceso desafiante (Silber y Cai, 2016). Por ejemplo, en el contexto de los estudios con estudiantes de primaria, English (1998) identificó que los estudiantes de tercer grado de primaria plantean problemas de cambio y combinación con diversos contextos, pero, tienen dificultades para plantear problemas desafiantes. En otra investigación se reconoció que los estudiantes de quinto grado crearon problemas enfatizando en la modificación de las cantidades numéricas y los nombres de los sujetos implícitos en el problema (Tertemiz y Sulak, 2013).

Por otra parte, los estudiantes de Educación Secundaria presentaron dificultades para plantear problemas, dado que, sus problemas no tenían la información necesaria y adecuada para considerar una operación y llegar a la solución de este. Otros problemas creados no eran desafiantes desde un punto de vista de la complejidad matemática que los constituye (Van Harpen y Sririman, 2013). En relación con los estudios con futuros profesores y profesores en servicio de matemáticas, se observó que los futuros profesores se limitan a crear problemas con estructuras simples o que se resuelven con una sola operación, es decir, con una sola estructura semántica (Crespo, 2003). Además, Lee, Capraro y Capraro (2018) reconocieron que los profesores identificaron que los problemas planteados en los libros de texto son limitados y que los estudiantes no están familiarizados con algunos de los problemas matemáticos del mundo real, lo cuales son importantes para proporcionar experiencias esenciales en los estudiantes en la resolución, pero que hacen falta cuando los profesores se restringen a sí mismo y a sus estudiantes a plantear problemas basados estrictamente en los libros de texto.

Castro et al. (2014a; 2014b) reportan el caso de profesores en formación que crearon problemas aritméticos, al analizar sus producciones, se percataron de que los problemas estaban creados con estructuras sencillas (cambio con la incógnita en el final) y que se resolvían por traducción directa del lenguaje verbal al lenguaje matemático, situación que no favorece la comprensión en matemáticas. Cañadas, Molina y Del Río (2018) analizan la creación de problemas para asignar significado al simbolismo algebraico por futuros profesores, para ello se consideran, entre otros elementos, la de variedad de estructuras semánticas y sintácticas. Como resultado encontraron que en su minoría los futuros profesores plantean problemas de comparación, y en vista de que algunos presentan debilidades para trabajar con dichas estructuras, surgieron incorporar la creación de este tipo de problemas en programas de formación docente.

En el caso de profesores en servicio, se tiene poco conocimiento sobre el tipo de problemas aditivos de enunciado verbal que utilizan en sus aulas en relación con el nivel de conocimiento aritmético que se debe emplear para resolver dichos problemas. Algunas investigaciones reportan que los profesores plantean buenos problemas relacionados con la suma y resta de fracciones, pero no todos los problemas planteados son desafiantes (Kar and Isik, 2015). De hecho, los profesores en servicio carecen de un conocimiento consistente sobre las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) (Carpenter, Fennema, Peterson y Carey, 1988). Con el fin ampliar dicho conocimiento, nos hemos planteado las siguientes preguntas de investigación, ¿Qué estructuras semánticas y componentes sintácticas evidencian los problemas aditivos de enunciado verbal creados por profesores de Educación Primaria en México para el segundo periodo escolar?, y ¿Cuál es el conocimiento aditivo que involucra la resolución de estos problemas? Consideramos que, dada la importancia de plantear problemas en matemáticas (Aké, 2018; NCTM, 2000; SEP, 2011; AMTE, 2017), es necesario que los maestros desarrollen habilidades para crear problemas que promuevan una verdadera comprensión matemática en los estudiantes. Además, si los profesores toman conciencia de los niveles de conocimiento aditivo asociados a cada problema aditivo de enunciado verbal, podrían crear y plantear a sus estudiantes problemas adecuados de acuerdo con su nivel de aprendizaje (Ayala-Altamirano et al., 2022; Mateus-Nieves y Devia-Díaz, 2020; Neshet, 1999; Rodríguez-Nieto et al., 2019; Rojas y Sotelo, 2022; Tarín y Tárrega, 2022).

## 1.1. Fundamentación teórica

Se describen los fundamentos teóricos de la investigación. Primero se presenta la definición de “creación de un problema” desde la disciplina Educación Matemática, luego la definición de “problema aditivo y problema de enunciado verbal”. Después se muestra la clasificación de los problemas aditivos verbales según la estructura semántica y la componente sintáctica, y, por último, se explican los niveles de esquemas aditivos y su relación con los tipos de problemas verbales. Estos últimos se usan para analizar las producciones de los docentes.

### 1.1.1. Creación de problemas en Educación Matemática

Acerca de la creación de problemas, *problem-posing*, en Educación Matemática se han considerado diferentes acepciones, (e.g., Cai, Hwang, Jiang y Silber, 2015; Stoyanova y Ellerton, 1996; Silver, 1994; Stickle, 2011). Para los propósitos de esta investigación, adoptamos la definición de Malaspina, Mallart y Font (2015), entendiéndola a la creación de problemas como la actividad matemática realizada por un sujeto para formular un nuevo problema. Ahora bien, si el nuevo problema se crea con base en la modificación de un problema dado previamente, se dice que es obtenido por variación (reformulación<sup>1</sup>), y si el nuevo problema se crea a partir de un requisito específico o situación dada, se dice que es obtenido por elaboración (generación<sup>2</sup>). En esta investigación, es de interés la creación de problemas por elaboración. Además, con base en Malaspina *et al.*, (2015) consideramos que un problema se constituye de los siguientes elementos: información (relaciones implícitas en el problema o datos), contexto (matemático o extramatemático), requerimiento (lo que se pide hallar o la exigencia) y entorno matemático (conceptos matemáticos intervinientes en la resolución del problema).

### 1.1.2. Problemas de enunciado verbal

Los problemas aritméticos se pueden presentar en de diversas formas, verbal, numérica y gráfica (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999). En esta investigación consideramos un problema verbal como:

Descripciones verbales de situaciones problemáticas en las que se plantean una o más preguntas cuya respuesta se puede obtener mediante la aplicación de operaciones matemáticas a los datos numéricos disponibles en el enunciado del problema (Verschaffel *et al.*, 2000, p. ix).

Además, los problemas aritméticos se pueden clasificar en problemas aditivos, multiplicativos, entre otros. Particularmente, los problemas aditivos (*aditivo-sustractivo*), son aquellos que requieren para su resolución una o varias adiciones y/o sustracciones (Echenique, 2006; Vergnaud, 1991). Este tipo de problemas poseen relaciones formadas por adiciones y/o sustracciones, a lo que se le conoce como estructuras aditivas (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999; Castro, Rico y Castro, 1995). Además, los problemas aditivos se pueden distinguir por el número de etapas. Cañadas y Castro (2011) mencionan que los problemas de una etapa o simples son aquellos que se resuelven mediante una única operación aritmética. Mientras que los problemas de más de una etapa o de  $n$  etapas, son los que necesitan  $n$  operaciones para llegar a su solución. Así, los problemas aditivos de una etapa requieren de una sola suma o resta para su resolución y los de  $n$  etapas implican  $n$  sumas y/o restas.

### 1.1.3. Tipos de Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (PAEV) aditivos

Los problemas aritméticos de enunciado verbal aditivos (PAEV aditivos) se clasifican en cambio, combinación, comparación e igualación (Cañadas y Castro, 2011; Heller y Greeno, 1983; Orrantia *et al.*, 2005) enfatizando en su estructura semántica, es decir, en las relaciones existentes entre los

<sup>1</sup> “Es el proceso de plantear un problema basado en un problema que es o fue el enfoque original. Las técnicas de reformulación incluyen cambiar el contexto, extender el problema y trasponer o cambiar la información dada o deseada” (Stickle, 2011, p. 2).

<sup>2</sup> “Es el proceso de plantear un problema basado en un conjunto de información dada. Los problemas generados pueden incluir información adicional (como restricciones y suposiciones adicionales) pero deben mantener el mismo conjunto original de información dada” (Stickle, 2011, p. 2).

elementos que aparecen en el enunciado del problema (Castro *et al.*, 2014b; Orrantia *et al.*, 1995; Orrantia *et al.*, 2005). Estos tipos de problemas se usarán en el análisis de los datos. A continuación, se presentan los PAEV aditivos.

1) En la estructura de *Cambio* se distinguen tres cantidades diferentes, una cantidad inicial sometida a una transformación (cambio) que la modifica para llegar a una cantidad final. El efecto del cambio puede ser un aumento o una disminución (Cañadas y Castro, 2011).

2) En la estructura de *Combinación* se consideran dos cantidades (*A* y *B*) que forman parte de un todo que las incluye en su totalidad. Lo desconocido puede ser el conjunto o cantidad total o uno de los subconjuntos (Cañadas y Castro, 2011).

3) En la estructura de *Comparación* se parte de dos cantidades independientes que se relacionan mediante la comparación. En este tipo de problemas, la relación de comparación está dada por palabras que están presentes en el enunciado del problema, como por ejemplo más que y menos que (Castro, Rico y Castro, 1995, Riley *et al.*, 1983, Orrantia *et al.*, 2005; Cañadas y Castro, 2011).

4) La estructura de *Igualación* restringe lo desconocido a la diferencia entre: cantidad dada y la cantidad deseada (Carpenter, Hiebert y Moser, 1981). Dichos problemas en el enunciado exponen una acción física necesaria para que una cantidad sea igual a otra (Cañadas y Castro, 2011). Asimismo, los problemas de igualación se originaron a partir de una relación entre los problemas de cambio y comparación, donde se produce una acción al comparar dos cantidades (Castro *et al.*, 1995; Echenique, 2006).

La *componente sintáctica* se refiere al orden y relaciones entre los datos, palabras y símbolos, así como el lugar que ocupa la incógnita (cantidad desconocida) en el enunciado del problema (Puig y Cerdán, 1988). En este sentido, la tipología de problemas aditivos de enunciado verbal se amplía a veinte tipos con sus respectivas estructuras semánticas (see Tabla 1).

Tabla 1. Componente sintáctica de los PAEV aditivos.

Estructura semántica	Estructura semántica	
	Lugar de la incógnita (cantidad desconocida)	
Cambio	Aumento	Final Cambio Inicial
	Disminución	Final Cambio Inicial
Combinación	Relación Parte-todo	Total (todo)
		En una de las partes que conforman a la cantidad total
Comparación	Aumento	Diferencia Comparado Referente
	Disminución	Diferencia Comparado Referente
Igualación	Aumento	Igualación Comparado Referente
	Disminución	Igualación Comparado Referente

Nota. Información adaptada de Carpenter *et al.* (1981), Cañadas y Castro (2011); Orrantia *et al.* (2005); Puig y Cerdán (1988) y Rodríguez-Nieto *et al.* (2019).

Por otra parte, consideramos a las *estructuras semánticas compuestas*, las cuales están vinculadas con las estructuras simples y el número de etapas requeridas para la resolución de un problema, es decir, por cada operación que se utilice, va de manera implícita una estructura semántica simple (cambio, combinación, comparación e igualación) y sus respectivas tipologías según la componente sintáctica.

#### **1.1.4. Niveles de esquemas asociados a los problemas aditivos de enunciado verbal**

Dependiendo de su tipología, la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal requiere del uso de distintos niveles de conocimiento aditivo que permite a los niños comprender y representar el problema. En esta línea, Nesher (1999) y Nesher, Greeno y Riley (1982), presentan un esquema de desarrollo del conocimiento aditivo necesario para la resolución de problemas de enunciado verbal de cambio, combinación, comparación e igualación.

En el *Nivel 1, correspondiente al esquema de recuentos*, se ubican los PAEV aditivos que estén constituidos por estructuras aditivas de cambio aumento, cambio disminución con la incógnita en la cantidad final y problemas de combinación con la incógnita en la cantidad total. Para resolver este tipo de problemas, el sujeto debe ser capaz de realizar conteos, identificar relaciones de orden  $x < y$ , encontrar el cardinal de un conjunto y realizar operaciones sencillas basadas en acciones como añadir, eliminar, poner, dar objetos, las cuales hacen referencia al efecto que produce el cambio de la cantidad de un conjunto determinado.

En el *Nivel 2, correspondiente al esquema de cambios*, se sitúan los PAEV aditivos de cambio aumento y cambio disminución con incógnita en la cantidad de cambio. El sujeto se encuentra preparado para interpretar acontecimientos de causa y efecto, identificando la cantidad que provoca el cambio. Es decir, comprender la diferencia entre la adición y la sustracción de la forma  $x + y \rightarrow z$ ;  $x - y \rightarrow z$ .

En el *Nivel 3, correspondiente un esquema Parte-Parte-Todo*, se ubican los PAEV aditivos de combinación con la incógnita en una de sus partes, problemas de cambio aumento y cambio disminución con incógnita en la cantidad inicial, problemas de comparación aumento y comparación disminución con la cantidad desconocida en la diferencia y cantidad desconocida en el comparado. El sujeto que desea resolver este tipo de problemas debe ser capaz de formar un esquema parte-parte-todo, dominando la relación de igualdad existente entre las cantidades que conforman una ecuación, así como la utilidad de la adición y la sustracción como operaciones inversas, para hallar la cantidad desconocida, siguiendo un proceso de reversibilidad ( $x + y = z$  entonces  $z - y = x$  y  $z - x = y$ ).

En el *Nivel 4, correspondiente un esquema de relaciones direccionales*, involucra problemas de comparación aumento y comparación disminución con la cantidad desconocida en el referente. Se infiere que, con este mismo proceso se pueden resolver problemas de igualación, donde en un primer momento se comparan las cantidades y luego se realiza una acción de aumento o disminución sobre una cantidad. Para resolver este tipo de problemas, el sujeto debe hacer procesos de reversibilidad, realizar comparaciones entre cantidades, y establecer igualdades y desigualdades a través de la adición o la sustracción.

En esta investigación usamos estos referentes teóricos (estructuras semánticas, componentes sintácticas y niveles de conocimiento aditivo) para analizar los PAEV aditivos creados por los profesores. Primero, la tipología de problemas permite clasificar los problemas y encontrar las relaciones entre los elementos subyacentes en el problema. Los niveles de esquemas los usamos para indicar sobre qué nivel de conocimiento aditivo se necesita para resolver los problemas creados.

## 2. Metodología

La metodología es cualitativa descriptiva (Cohen, Manion y Morrison, 2018) desarrollada en tres etapas: 1) selección de los participantes (veintitrés profesores) y contexto, 2) recolección de datos en la implementación de un taller (sobre problemas aritméticos de enunciado verbal para el segundo periodo escolar (primero, segundo y tercer grados) de la Educación Básica en México) y 3) se realizó un análisis de contenido con base en el fundamento teórico.

### 2.1. Contexto y participantes

#### 2.1.1. El taller

Se desarrolló e impartió un taller en el marco del VII congreso regional “la enseñanza de las matemáticas”, el cual fue llevado a cabo en Alpoyecá, en la región Montaña Alta del estado de Guerrero, México, donde frecuentemente se reúne a profesores de matemáticas con el objetivo de darles capacitación continua. Este congreso es anual donde se crean espacios para la reflexión y análisis de la práctica docente sobre las matemáticas, desde nivel preescolar hasta bachillerato. El objetivo del taller fue ampliar el conocimiento de los profesores de primaria sobre el tipo de problemas aditivos de enunciado verbal que se pueden plantear en el segundo periodo escolar en relación con el conocimiento aritmético involucrado en su resolución. Para la elaboración del taller se contemplaron los resultados de investigaciones previas sobre creación y resolución de problemas aditivos, la tipología de PAEV aditivos según su estructura semántica y el uso de los niveles de esquemas de conocimiento aritmético.

La implementación del taller se llevó a cabo en dos horas divididas en tres momentos. Al inicio de la sesión, uno de los autores del artículo, instruyó a los profesores sobre qué es un problema matemático y cuáles son los tipos de problemas matemáticos que existen, especialmente aditivos (verbales, numéricos y gráficos). Luego, pidió a los profesores crear problemas aditivos de enunciado verbal desafiantes para cada uno de los grados del segundo periodo escolar (primero, segundo y tercer grados). En el segundo momento de la sesión, los profesores en equipos resolvieron los problemas elaborados por sus pares e identificaron las estructuras aditivas involucradas en los problemas en base a su estructura semántica, así como el conocimiento aritmético necesario para su resolución. Finalmente, se realizó un plenario con el análisis de los grupos, y se analizó si los problemas propuestos realmente eran desafiantes para los estudiantes de cada nivel en relación con la amplia variedad de problemas aditivos que existe según su estructura semántica, y en relación con el nivel de conocimiento aritmético necesario para resolverlos. En esta investigación solo nos centramos en el primer momento del taller, en donde se les pidió a los profesores que crearan los problemas aditivos desafiantes para cada uno de los grados del primer ciclo de Educación Primaria.

#### 2.1.2. Participantes

Los participantes fueron 23 profesores (11 mujeres y 12 hombres) con diferente formación profesional y experiencia laboral, que imparten clases de matemáticas en Educación Primaria (ver Tabla 2). Estos profesores asistieron al taller debido a que estaban interesados en la temática y habían leído el resumen plasmado en el programa del congreso. Asimismo, al exponerse la dinámica del taller, se les comunicó a los profesores que la temática a desarrollar es parte de una investigación y ellos decidieron participar voluntariamente.

Tabla 2. Información sobre los profesores (P).

Profesores (P)	Formación profesional					Experiencia laboral (años)
	LEPR	LEP	LES	LM	LEF	
1		*	*			17
2		*				15
3		*				30
4		*	*			1
5		*				19
6		*				14
7		*				14
8					*	9
9		*				17
10		*				9
11		*				9
12	*					8
13		*				10
14				*		10
15				*		30
16		*				15
17		*				17
18		*				19
19		*				14
20		*				7
21		*				12
22		*				1
23		*				6
<b>Total</b>	<b>1</b>	<b>19</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	

Nota. En la Tabla 2, se encuentran las siguientes abreviaturas que se refieren a: Licenciado en educación preescolar (LEPR); Licenciado en educación primaria (LEP); Licenciado en educación secundaria (LES); Licenciado en Matemáticas (LM); Licenciado en educación física (LEF).

## 2.2. Recolección de los datos

Se solicitó a los participantes crear tres problemas aditivos de enunciado verbal (uno para cada grado) que fueran desafiantes (desde su experiencia y práctica docente) les plantearían a sus estudiantes en el aula de clases y los plasmaran en hojas que se les suministraron. Se explicó qué se entendía por “problema aditivo de enunciado verbal” sin enfatizar en la estructura semántica y se señaló que los problemas debían resolverse por medio de una adición y/o sustracción. En este contexto, nos referimos a la creación de un nuevo problema por *elaboración* (Malaspina *et al.*, 2015). Con esta instrucción se esperaba que los docentes crearan PAEV aditivos donde se evidenciaran diversos tipos de estructuras semánticas y componentes sintácticas.

## 2.3. Análisis de contenido

Dado que se tuvieron en cuenta las evidencias escritas de los profesores, se optó por un análisis de contenido documental propuesto por López-Noguero (2002), considerando las estructuras semánticas como unidades de análisis y la componente sintáctica como las categorías (Cañadas y Castro, 2011; Orrantía *et al.*, 2005; Riley *et al.*, 1983), ver Figura 1. También, se tuvieron en cuenta los niveles de esquemas aditivos y conocimiento aditivo necesario para resolver problemas según la perspectiva de Neshier (1999).

El análisis de contenido consiste en una forma particular de analizar documentos, donde no se pretende analizar el estilo del texto, sino las ideas expresadas en él, como el significado de las palabras, temas o frases que requieren de una cuantificación (López-Noguero, 2002).

Figura 1. Unidades y categorías de análisis basadas en la estructura semántica y la componente sintáctica (Rodríguez-Nieto et al., 2019).



Además, se tienen en cuenta las estructuras semánticas compuestas, las cuales se presentan en el análisis cuando los problemas son de más de una etapa, por ejemplo, problema de cambio 1- cambio 2-comparación 3 (C1-C2-CP3), teniendo en cuenta el orden de las estructuras en el problema.

### 3. Análisis y resultados

En este apartado se presenta la cantidad de problemas aditivos creados por los profesores (ver Figura 2) y el análisis de los mismos, teniendo en cuenta las unidades y categorías de análisis constituidas por medio de la estructura semántica y la componente sintáctica y los niveles de esquemas aditivos. Los profesores atendieron a la instrucción dada por el tallerista, de hecho, se les dio una idea del tipo de problema a crear (*por ejemplo, que fuera un problema aditivo de enunciado verbal*). Algunos profesores crearon más de un problema, otros sólo uno y otros no crearon.

Figura 2. Cantidad de problemas creados por los profesores de educación primaria.

Profesores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	Total
Cantidad de problemas planteados	1	2	2	1	0	0	0	2	1	3	1	2	0	0	0	2	2	0	0	2	2	2	0	25

Nota. Los ceros (0) se refieren a que el profesor no creó problema.

#### 3.1. Análisis de los problemas aditivos de enunciado verbal creados por los profesores

A manera de síntesis, en la Tabla 3 se presentan todos los problemas planteados por los profesores participantes del taller (redactados tal cual como lo presentaron en las hojas de trabajo), el número de etapas y su respectiva estructura semántica y la componente sintáctica.

Tabla 3. Descripción y caracterización de los problemas de enunciado verbal creados por los profesores (P) participantes.

P	Problema de enunciado verbal	Etapas	Estructura semántica	Nivel (N)
1	José compra en la cooperativa escolar donde asiste venden paletas si por 13 paletas pagó por la cantidad de \$13.50 ¿Cuánto pagará por 5 paletas?	1	Otra (proporcionalidad directa).	
2	(a) Mario tiene 10 mameyes, su mamá le regaló 8 más ¿Cuántos mameyes tiene en total?	1	Cambio 1	1
	(b) Juan ahorró 67 pesos, pero compró un carrito con 25 pesos ¿Cuánto le quedó?	1	Cambio 2	1
3	(a) Pedro tiene 5 canicas y su amigo 15 y le regalan 10 ¿Cuántas canicas tiene ahora?	1	Cambio 1	1
	(b) María fue al mercado a comprar 1/4 de kilo de manzana. Si la manzana cuesta \$60 el kilogramo ¿Cuánto costó?	1	Otra (estructura multiplicativa).	1
4	Juan tiene 4 vacas a quienes cuida en el campo, pero para generar un poco de recursos, también cuida 14 vacas de su tío Ernesto y 6 más de su tío Adán. ¿Cuántas vacas cuida en total Juan? ¿Cuántas no son de él?	3	Cambio 1 Cambio 1 O Cambio 1 Cambio 1 Cambio 2	1
5	No creó problema			
6	No creó problema			
7	No creó problema			
8	(a) José tiene 40 canicas y jugando pierde 10 ¿Cuántas canicas le quedaron a José?	1	Cambio 2	1
	(b) María compra 5 peras y se come una y su mamá le da dos ¿Cuántas peras tiene María?	2	Cambio 1 Cambio 2	1
9	Pedro fue a jugar canicas con sus amigos, a Juan le ganó 8, a Luis 15, a Josué 25 y a Sergio 17. Al siguiente jugó nuevamente y perdió 23. ¿Cuántas canicas ganó? ¿Cuántas canicas perdió al siguiente día?	3	Cambio 1 Cambio 1 Cambio 2	1
10	(a) Raúl compró 13 dulces y su tía le regaló 15 más. ¿Cuántos dulces tiene en total?	1	Cambio 1	1
	(b) María tiene \$850 pesos, gastó \$218 pesos ¿Cuánto le sobró?	1	Cambio 2	1
	(c) Juan tiene \$57 pesos en la bolsa derecha del pantalón y \$69 pesos en la otra bolsa. ¿Cuánto dinero tiene en total?	1	Combinación 1	1
11	Karina tenía 8 manzanas, de estas le regaló 3 a su amiga Tania, 2 a su amigo José y del resto que le quedó, su hermana le pidió 4. ¿Cuántas manzanas le dio a su hermana?	3	Cambio 2 Cambio 2 Cambio 2	1
12	(a) María compró 3 chivos y 5 gallinas. ¿Cuántos animales compró María en total?	1	Cambio 1	1
	(b) Rita Compró 25 paletas, pero regaló 10. ¿Cuántas paletas le quedaron a Rita?	1	Cambio 2	1
13	No creó problema			
14	No creó problema			
15	No creó problema			

P	Problema de enunciado verbal	Etapas	Estructura semántica	Nivel (N)
16	(a) Diana fue a la tienda y compró \$20 de pan, \$15 de huevo y una coca de 2 litros de \$23. ¿Cuánto pagó en total?	1	Combinación 1 Combinación 1	1
	(b) Ramiro tiene 38 chivos y el domingo fue a vender 15 chivos ¿Cuántos le quedaron en total?	1	Cambio 2	1
	(a) Luis tiene catorce chivos y regaló cinco chivos. ¿Cuántos chivos le sobraron?	1	Cambio 2	1
17	(a) Luis tiene catorce chivos y regaló cinco chivos. ¿Cuántos chivos le sobraron?	1	Cambio 2	1
	(b) Juan tiene dos gallinas, una puso nueve huevos, la otra puso catorce huevos. ¿Cuántos huevos hay en total?	1	Combinación 1	1
18	No creó problema			
19	No creó problema			
20	(a) Alicia compró 5 cohetes para el cumpleaños de su hija y cada cohete les salió a 75 pesos. ¿En total cuánto fue? Si sólo llevaba 500 pesos ¿Cuánto le quedó de cambio? O ¿Cuánto le faltó?	5	(Otra: multiplicativa). Combinación 1 Combinación 1 Combinación 1 Combinación 1 Cambio 2	1
	(b) Rosa salió a vender sus tamales, cada orden la vendió a 10 pesos. Si ella vendió una cantidad de \$370. ¿Cuántas órdenes vendió en total? Si ella quería llegar a la cantidad de 450 pesos, ¿Cuántas órdenes le faltó para completar esa cantidad?	2	(Otra multiplicativa). Cambio 3	2
21	(a) Pedro tiene 26 conejos, Su mamá vende 12 conejos. ¿Cuántos conejos tiene ahora Pedro?	1	Cambio 2	1
	(b) Carlos tiene una granja con 8 gallinas. Si cada gallina pone dos huevos diarios. ¿Cuántos huevos tendrá Carlos en dos días?	1	Otra	
22	(a) José tiene 7 canicas y María le regala 3. ¿Cuántas canicas tiene José?	1	Cambio 1	1
	(b) Mario compró un refresco de 11 pesos y pagó con un billete de \$20 pesos. ¿Cuánto le dieron de cambio a Mario?	1	Cambio 2	1
23	No creó problema			

Nota. Se dejaron las casillas vacías para los profesores que no crearon los problemas y los que crearon problemas con estructuras diferentes a las aditivas.

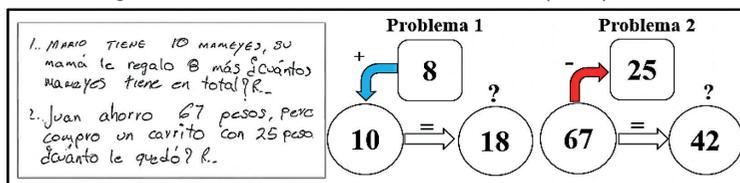
A continuación, se presenta el análisis de los problemas creados por algunos profesores (14 de 23), porque en éstos se evidencian al menos un problema de cada tipo de estructura semántica (cambio y combinación), mientras que, los de comparación e igualación no se identificaron. En este sentido, se muestra el problema de enunciado verbal creado por el profesor 1, pero no es aditivo, sino que mantiene una relación de proporcionalidad, ubicándose en una categoría denominada: otra (ver Figura 3). Cabe destacar que, este problema evidencia que el profesor comprendió el tipo de problema de enunciado verbal, sin embargo, confunde la estructura aditiva de un problema con la estructura multiplicativa o de proporcionalidad.

Figura 3. Problema de enunciado verbal creado por el profesor 1.

José compra en la cooperativa escolar donde asiste venden paletas si por 13 paletas pague por la cantidad de \$13.50 ¿cuánto pagará por 5 paletas?

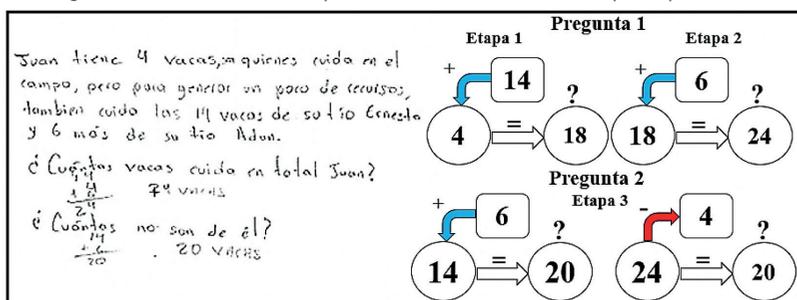
Posteriormente se presentan los problemas propuestos por el profesor 2, son de una etapa y están constituidos por estructuras semánticas de cambio. El primer problema tiene una estructura de cambio 1 aumento con la incógnita en la cantidad final y el segundo problema está conformado por una estructura de cambio 2 disminución con la incógnita en la cantidad final, ver Figura 4. Cabe destacar que, este tipo de problemas se sitúan en un nivel de recuentos de esquemas aditivos, los cuales se pueden resolver identificando el indicio verbal, por ejemplo, regalar y comprar.

Figura 4. Problemas de enunciado verbal creados por el profesor 2.



Por su parte, el profesor 4 propuso un problema de dos etapas, conformado por dos estructuras semánticas de cambio 1 con la incógnita en la cantidad final. Asimismo, este problema tiene implícitamente una estructura compuesta de cambio 1-cambio 1 (C1-C1), ver Figura 5. Aunque este problema sea de estructuras compuestas, pertenece a un nivel de recuentos, asociándole un verbo como añadir o agregar.

Figura 5. Problema de tres etapas (C1-C1) o (C1-C1-C2) creado por el profesor 4.



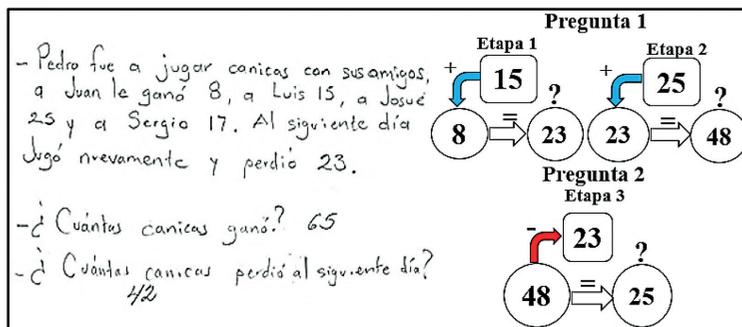
En el caso del profesor 4, se evidencia un tipo de resolución de problemas por los cuales se dedujo la forma de la estructura del profesor. Sin embargo, para este problema se podría agregar la estructura de cambio 1 (C1-C1-C1) considerando la respuesta a la segunda pregunta donde el profesor opera  $14 + 6 = 20$  para obtener la cantidad de vacas que no le pertenecen (etapa 3). Asimismo, se podría usar la estructura de cambio 2 en la etapa 3, debido a que este problema aditivo puede contener implícitamente las estructuras de cambio 1-cambio 1-cambio 2 (C1-C1-C2) y responder a la segunda pregunta a través de la sustracción (etapa 3):

$4 + 14 = 18$ , estructura de C1,  $4 + 14 = ?$   
 $18 + 6 = 24$ , estructura de C1,  $18 + 6 = ?$   
 $24 - 4 = 20$ , estructura de C2,  $24 - 4 = ?$

Sin embargo, el tipo de problema no se modifica respecto del nivel de dificultad, sino que puede ser resuelto identificando otra estructura semántica. Además, los tipos de problemas presentados en las Figuras 4 y 5, se caracterizan por ser sencillos de resolver o de carácter consistente, es decir, para su resolución es suficiente elegir una operación o modelado directo.

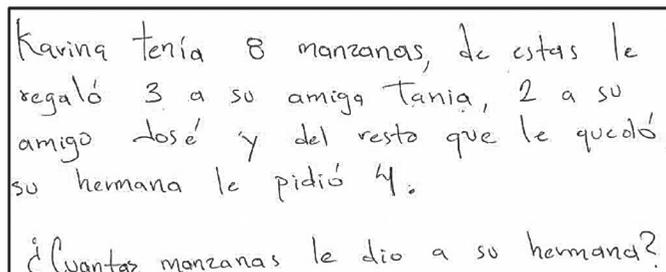
Por otro lado, se logran evidenciar otros problemas aditivos de enunciado verbal con más tres etapas, pero se constituye de estructuras semánticas sencillas. Por ejemplo, el profesor 9 planteó un problema de tres etapas, conformando una estructura semántica compuesta de cambio 1-cambio 1-cambio 2 (C1-C1-C2), ver Figura 6.

Figura 6. Problema de estructura compuesta (C1-C1-C2) creado por el profesor 9.



Otro problema aditivo de estructuras compuestas es el planteado por el profesor 11, caracterizado por presentar dos estructuras semánticas de cambio 2 con la incógnita en la cantidad final (C2-C2). Este tipo de problemas es consistente y se ubica en un nivel 1 (recuentos), ver Figura 7. Sin embargo, este problema se presenta una inconsistencia en la última parte del enunciado, dado que a Karina sólo le quedan 3 manzanas y no puede darle las 4 manzanas que le pidió su hermana. En este caso sólo le daría 3 manzanas. Por otra parte, en términos matemáticos no se podría realizar la operación si Karina le quisiera dar las 4 manzanas a su hermana, dado que  $3 - 4 = -1$  y esta respuesta no cae bajo el dominio del conjunto de los números naturales, el cual es el conjunto donde se enmarca este PAEV aditivo.

Figura 7. Problema de estructura compuesta (C2-C2) creado por el profesor 11.



A diferencia de los problemas presentados, el profesor 20 planteó dos tipos de problemas. El primero, está conformado por estructuras compuestas (CB1-CB1-CB1-CB1-C2) de tipo consistente o bien una estructura multiplicativa y una estructura de cambio 2. El segundo problema es de dos etapas. En la primera etapa se evidencia una estructura multiplicativa (otra) y en la segunda etapa se reconoce una estructura semántica de cambio 3 aumento con la incógnita en la cantidad de cambio, es decir, se forma la estructura semántica compuesta (Otra-C3). Este problema se sitúa en un nivel 2 de esquemas aditivos, dado que para su resolución se deben interpretar acontecimientos de causa y efecto, identificando la cantidad que provoca el cambio (ver Figura 8).

En relación con los PAEV aditivos desafiantes propuestos por los profesores participantes del estudio, se logra evidenciar que la mayoría de los problemas son sencillos de resolver y se constituyen de estructuras semánticas de cambio 1 y 2, combinación 1 y sólo se presenta un problema conformado por una estructura de igualdad 1 con la incógnita en la igualdad. También, se mostraron problemas con otras estructuras, algunos pueden clasificarse según su estructura semántica, sin embargo, es más viable identificar en ellos estructuras multiplicativas.

Por otra parte, los profesores crearon problemas que se encuentran en un nivel 1 de esquemas aditivos que no son desafiantes, es decir, requieren para su resolución el conocimiento aditivo de realizar conteos, identificar relaciones de orden y trabajar con operaciones basadas en acciones como añadir,

Figura 8. Problemas creados por el profesor 20.

1. Alicia compró 5 cohetes para el cumpleaños de su hija y cada cohete le salió 75 pesos, en total cuánto fue? en total.  
Si solo le daba 500 pesos ¿cuánto le quedó de cambio? o ¿cuánto le faltó?

Etapa 1  
 $75 \times 5 = 375$   
 Etapa 2  
 $500 - 375 = 125$

2. Rosa salió a vender sus tomates cada orden la vendió a 10 pesos si ella vendió una cantidad de 370 ¿cuántos ordenes vendió en total? Si ella quería llegar a 450 pesos ¿cuántos ordenes le faltó para completar esa cantidad?

Etapa 1  
 $370 \div 10 = 37$   
 Etapa 2  
 $370 + 80 = 450$

eliminar, dar, quitar, regalar, las cuales representan un cambio en la localización o posesión (Nesher, 1999). En este proceso sólo se identificó un problema que involucra una estructura de cambio 3, el cual se ubica en un nivel 2 (conteos), donde se debe reconocer la cantidad que ocasiona el cambio.

Además de analizar los problemas por etapas de forma individual, se observaron problemas de estructuras semánticas compuestas como se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4. Estructuras semánticas compuestas en los problemas creados por los profesores (P).

P	Problema	Etapas	Estructuras compuestas	Nivel (N)
4	Único	3	Cambio 1-Cambio 1 (C1-C1). Cambio 1-Cambio 1- Cambio 2 (C1-C1-C2).	N1-N1 o N1-N1-N1
8	(b)	2	Cambio 2- Cambio 1 (C2-C1).	N1-N1
9	Único	3	Cambio 1- Cambio 1- Cambio 2 (C1-C1-C2).	N1-N1-N1
11	Único	3	Cambio 2- Cambio 2- Cambio 2 (C2-C2-C2).	N1-N1-N1
16	(a)	2	Combinación 1-Combinación 1 (CB1-CB1).	N1-N1
20	(a)	5	Combinación 1- Combinación 1- Combinación 1- Combinación 1- Cambio 2 (CB1-CB1-CB1-CB1-C2).	N1-N1-N1-N1-N1
	(b)	2	Otra: multiplicativa-C3	N2

Los LEP crearon más problemas con estructuras semánticas compuestas y sólo el LEF creó un problema con estructuras compuestas. Sin embargo, aunque los problemas aditivos de enunciado verbal se constituyan por más de una estructura semántica no dejan de situarse en el nivel 1 de recuentos, es decir, siguen siendo problemas sencillos de resolver y el número de etapas no garantiza que el problema sea desafiante, sino que para su resolución se realizan procedimientos repetitivos.

De hecho, en este trabajo los profesores crearon problemas con estructuras compuestas que no solo involucran relaciones aditivas sino multiplicativas-aditivas, los que permite observar que se podrían identificar nuevas categorías de estructuras semánticas, bien sea combinando más categorías simples o haciendo más combinaciones a partir de las diferentes categorías complejas (Orrantía *et al.*, 2005).

## 4. Discusión

En este trabajo respondemos a las preguntas de investigación: ¿Qué estructuras semánticas y componentes sintácticas evidencian los problemas aditivos de enunciado verbal creados por profesores de primaria en México?, y ¿Cuál es el conocimiento aditivo que involucra la resolución de estos problemas? En este sentido, los resultados dejan ver que los profesores participantes de este estudio crean más problemas sencillos de resolver desde la estructura semántica y la componente sintáctica, dado que, la mayoría de PAEV aditivos se constituyen de estructuras de cambio 1, 2 y combinación 1 como lo reportan otros estudios (Castro, 2013; Castro *et al.*, 2014a; 2014b; Mateus-Nieves y Devia-Díaz, 2020; Rodríguez-Nieto *et al.*, 2019; Rojas y Sotelo, 2022), quienes afirmaron que los futuros maestros plantean problemas que pueden ser resueltos identificando un indicio verbal, una estrategia de modelado directo o superficial (Sánchez y Vicente, 2015). No obstante, se identificó que un profesor propuso un problema con estructura de cambio 3, el cual podría contribuir a desarrollar la competencia de resolución de problemas porque interpretar acontecimientos de causa y efecto, identificando la cantidad que provoca el cambio.

En los resultados se reconoció que algunos profesores desconocen la amplia variedad de problemas según la estructura semántica y la componente sintáctica, lo cual es evidente porque en su mayoría proponen problemas de cambio y combinación y dejan de lado los problemas más complejos (comparación e igualación). Por tal motivo, consideramos que fue fundamental conocer los tipos de problemas que los profesores crean para sus estudiantes y ver la influencia que tiene en las dificultades que presentan los estudiantes o si en realidad los estudiantes resuelven los PAEV aditivos de forma errada por el desconocimiento de la tipología de problemas que no ha sido desarrollada por el profesor.

También, estamos de acuerdo con Castro (2013) cuando afirmó que los problemas que plantean los profesores y los problemas propuestos en los libros de texto, son los factores que detonan que los profesores creen problemas poco desafiantes. Por ejemplo, en nuestra investigación, la mayoría de los problemas creados por los profesores exigen para su resolución realizar conteos, identificar relaciones de orden  $x < y$ , encontrar el cardinal de un conjunto y realizar operaciones sencillas basadas en acciones como añadir, eliminar, poner, dar objetos, haciendo referencia a un nivel 1 de esquemas aditivos. Estos problemas exigen el uso de la palabra clave para su resolución (Nesher, 1982) y no constituyen un reto para los estudiantes (Castro *et al.*, 2014a; 2014b). Además, en la investigación de Rodríguez-Nieto *et al.* (2019) los problemas que más se promueven en los libros de texto mexicanos de primaria son de cambio 1, 2 y combinación 1 (sencillos de resolver o consistentes), lo cual implica que los profesores también los propongan de forma similar, pues el libro de texto influye directamente en las planeaciones de los profesores.

Pudimos notar que los profesores no crearon problemas que involucraran estructuras semánticas de comparación e igualación como se presentó en Cañadas *et al.* (2018), los cuales se han caracterizado por ser los más desafiantes y que ameritan para su resolución hacer procesos de reversibilidad (Rodríguez-Nieto *et al.*, 2019; Nesher, 1999; Orrantia *et al.*, 2005). En este sentido, podríamos considerar que incorporar la creación de problemas en actividades de instrucción matemática con los profesores y estudiantes, podría ser un esfuerzo desafiante (Silber y Cai, 2016), pero, creemos que es más importante atender la necesidad de los profesores como lo afirman Castro *et al.*, (2014b) para que estén preparados para crear o plantear problemas que constituyan un reto para sus alumnos; que planteen problemas que sean diversos, ricos y que ofrezcan variedad de estrategias de resolución.

Además, consideramos importante los problemas de igualación dado que para su resolución requieren considerar las estructuras semánticas de comparación y cambio. En las investigaciones de Nesher (1999) y Nesher *et al.* (1982), se reportaron relaciones entre los niveles de esquemas y los problemas aditivos de enunciado verbal considerando su estructura semántica. Sin embargo, para la categoría de igualación no se presenta de manera explícita, lo cual hemos inferido en esta investigación, mostrando

que para que un sujeto cree, plantee y resuelva un problema de igualación, debe ubicarse en un nivel 4 de esquema, pero a su vez debe relacionar otros tipos de problemas (con estructuras de comparación y cambio) como se presenta en la Tabla 5.

Tabla 5. Relación entre la estructura semántica de igualación, la componente sintáctica y los niveles de esquemas aditivos.

Estructura semántica y componente sintáctica		
	Acción 1	Acción 2
Igualación (IG)	Comparación (CP)-Nivel (N)	Cambio (C)-Nivel (N)
IG1	CP1-N3	C1-N1
IG2	CP2-N3	C2-N1
IG3	CP3-N3	C3-N2
IG4	CP4-N3	C4-N2
IG5	CP5-N4	C5-N3
IG6	CP6-N4	C6-N3

Nota. Información inferida de Nesher (1999) y Nesher et al. (1982).

En la Tabla 5, podemos observar que la estructura de igualación se activa cuando el sujeto reconoce las otras estructuras (C y CP). Por ejemplo, para un problema de igualación 1, el sujeto o el profesor en el caso de esta investigación debe relacionar o conectar las estructuras: CP1-N3 y C1-N1 para crear y resolver el problema.

## 5. Conclusión

El análisis de los problemas realizado es una información relevante para que los profesores estén enterados de los problemas que más se proponen a los estudiantes y el nivel de esquemas aditivos (conocimiento aditivo) que requieren para resolverse. Por nuestra parte consideramos importante que el docente proponga más problemas de comparación y de igualación que lleven implícitamente estructuras semánticas compuestas como se investigó en Rodríguez-Nieto et al. (2019) haciendo referencia a la tipología de problemas propuestos en libros de texto mexicanos.

Como investigadores y formadores de profesores de matemáticas manifestamos la necesidad de seguir desarrollando talleres e intervenciones para que los profesores de Educación Primaria puedan conocer y crear problemas aditivos de enunciado verbal para sus estudiantes, donde se tengan en cuenta las estructuras semánticas con el fin de potenciar el desarrollo de la competencia creación y resolución de problemas matemáticos.

Una de las limitaciones de este trabajo es que los resultados no se pueden generalizar, dado que solo se reportan los problemas creados por 14 profesores. Sin embargo, se puede ver la necesidad de seguir trabajando en esta línea de investigación para favorecer a la formación de profesores de matemáticas, profesores en servicio y el aprendizaje de los estudiantes. Para futuras investigaciones sugerimos investigar sobre los PAEV aditivos que crea y propone el profesor en el aula de clases y cómo los resuelve con sus estudiantes. Además, se le podría dar especial atención a los problemas con estructuras de *comparación* e *igualación* dado que son las menos usadas en la creación de problemas.

En el caso de profesores en servicio, se tiene poco conocimiento sobre el tipo de problemas aditivos de enunciado verbal que crean, lo cual es fundamental porque es sugerido por los organismos curriculares cuando revelan que los estudiantes deben resolver problemas aditivos basados las estructuras de cambio, combinación, comparación e igualación (MEN, 2000; 2016; NCTM, 2000). Sin embargo, en esta investigación aportamos a la literatura reportando los PAEV aditivos que crean algunos profesores en México. También, se mostraron los niveles de esquemas aditivos que requieren los problemas para

su resolución, los cuales cayeron bajo el dominio del nivel 1, esto da indicios para seguir investigando esta problemática. Consideramos que, dada la importancia de plantear problemas en matemáticas, es necesario que los maestros desarrollen habilidades para crear problemas por reformulación o por generación, con la finalidad de promover una amplia comprensión matemática en los estudiantes.

## Referencias bibliográficas

- Aké, L., P. (2018). Conocimiento matemático de maestros en formación sobre la simbología algebraica. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 10(19), 55-70.
- Association of Mathematics Teacher Educators [AMTE]. (2017). *Standards for Preparing Teachers of Mathematics*. Available online at [amte.net/standards](http://amte.net/standards).
- Ayala-Altamirano, C.; Pinto, E.; Molina, M.; Cañadas, M.C. (2022). Interacting with Indeterminate Quantities through Arithmetic Word Problems: Tasks to Promote Algebraic Thinking at Elementary School. *Mathematics*, 10, 2229. <https://doi.org/10.3390/math10132229>
- Bermejo, V., & Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y Aprendizaje*, 10(39-40), 71-81.
- Blanco, L., Caballero, A. & Cárdenas, J. (2015). Los problemas aritméticos escolares. En L. J. Blanco, J. A. Cárdenas y A. Caballero (Eds.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de primaria* (pp. 123-138). España: Universidad de Extremadura.
- Blanco, L. J., & Cárdenas, J. (2018). La resolución de problemas en la formación de profesores de matemáticas. En A. Ávila. (Coord.), *Rutas de la educación matemática* (pp. 208-226). Ciudad de México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación matemática, A. C.
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421.
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). Problem posing research in mathematics: Some answered and unanswered questions. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer.
- Cañadas, M. C., & Castro, E. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. En I. Segovia y L. Rico (Coord.). *Matemáticas para maestros en Educación Primaria* (pp. 75-98). Madrid: Pirámide.
- Cañadas, M. C., Molina, M., & Del Rio, A. (2018). Meanings given to algebraic symbolism in problem-posing. *Educational Studies in Mathematics*, 98(1), 19-37.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for research in mathematics education*, 385-401.
- Carpenter, T., Hiebert, J., & Moser, J. (1981). Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for research in mathematics education*, 2(1), 27-39.
- Castro, A. (2013). *Contribución al análisis de la estructura semántica de los problemas aritméticos elementales*. (Tesis de maestría). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.
- Castro, A., Gorgorió, N., & Prat, M. (2014a). Una secuencia de formación para maestros: reflexionado acerca de los PAEV aditivos de una etapa. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 28. (pp. 1475-1482). Barranquilla: RELME.
- Castro, A., Gorgorió, N., & Prat, M. (2014b). Indicios verbales en los PAEV aditivos planteados por estudiantes para maestro. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 217-226). Salamanca: SEIEM.
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Una Empresa Docente.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education*. London and New York: Routledge.

- Common Core State Standards Initiative. (2018). *Common core state standards for mathematics*. Washington, D.C: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243-270.
- Daroczy, G., Wolska, M., Meurers, W. D., & Nuerk, H. C. (2015). Word problems: a review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in Psychology*, 6(348).
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1) 83-106.
- Frías, A., & Castro, E. (2007). Influencia del número de conexiones en la representación simbólica de problemas aritméticos de dos pasos. *PNA*, 2(1), 29-41.
- García, S.R. (2011). *Resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria: Proceso representacional, didáctico y evaluativo*. México, D.F.: Trillas.
- Kar, T., & Isik, C. (2015). The investigation of middle school mathematics teachers' views on the difficulty levels of posed problems. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, 16(2), 63-81.
- Lee, Y., Capraro, R., & Capraro, M. (2018). Mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 75-90.
- López-Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de Educación*, 4,167-179.
- Malaspina, U., Mallart, A., & Font, V. (2015). Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. In *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (2861-2866). Praga: Charles University in Prague and ERME.
- Mateus-Nieves, E., & Devia-Díaz, H. R. (2020). Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Matemático desde la Formulación y Resolución de Problemas de Enunciado verbal. *Acta Scientia*, 23(1), 30-52. DOI: 10.17648/acta.scientiae.5845
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, Matemáticas, ciencia y ciudadanas*. Bogotá, Colombia: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá: Panamericana Formas E Impresos S.A.
- Ministry of National Education (MoNE) (2009). *Primary school mathematics curriculum grades 1 to 5*. Ankara, Turkey: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nesher, P. (1999). El papel de los esquemas en la resolución de problemas de enunciado verbal. *SUMA*, 31, 19-26.
- Nesher, P., Greeno, J. G., & Riley, M. S. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 13(4), 373-394.
- Orrantía, J., González, L. & Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto en educación primaria. *Infancia y aprendizaje*, 28(4), 429-451.
- Orrantía, J., Tarín, J., & Vicente, S. (2011). El uso de la información situacional en la resolución de problemas aritméticos. *Infancia y Aprendizaje*, 34(1), 81-94.
- Orrantía, J., San Romualdo, S., Sánchez, R., Matilla, L., Muñoz, D., & Verschaffel, L. (2018). Procesamiento de magnitudes numéricas y ejecución matemática. *Revista educación*, (381), 133-154.
- Polotskaia, E., Savard, A., & Freiman, V. (2016). Investigating a case of hidden misinterpretations of an additive word problem: structural substitution. *European Journal of Psychology of Education*, 31(2), 135-153.
- Puig, L., & Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Síntesis.

- Riley, M., Greeno, J. & Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Nueva York: Academic Press.
- Rojas, J. A., & Sotelo, K. J. (2022). ¿Qué errores cometen estudiantes de Educación Primaria en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal?. *Revista Torreón Universitario*, 11(30), 51-59.
- Rodríguez-Nieto, C. A. (2018). *Caracterización de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto del segundo periodo de educación básica en México* (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Gro.
- Rodríguez-Nieto, C. A., Navarro, C., Castro, A. & García-González, M. (2019). Estructuras semánticas de problemas aditivos de enunciado verbal en libros de texto mexicanos. *Revista Educación Matemática*, 31(2), 75-104. Doi 10.24844/EM3102.04
- Sánchez, R., & Vicente, S. (2015). Models and processes for solving arithmetic word problems proposed by Spanish mathematics textbooks. *Cultura y Educación*, 27(4), 695-725.
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de estudios 2011 Guía para el maestro. Educación Básica*. México: SEP.
- Silber, S., & Cai, J. (2016). Pre-service teachers' free and structured mathematical problem Posing. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, doi: 10.1080/0020739X.2016.1232843
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Sitrava, R. T., & Işık, A. (2018). Semi-structured problem posing abilities of prospective primary school teachers: a case of turkey. *European Journal of Education Studies*.
- Stickles, P. (2011). An Analysis of Secondary and Middle School Teachers' Mathematical Problem Posing. *Investigations in Mathematics Learning*, 3 (2), 1-34.
- Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem posing. *Australian Mathematics Teacher*, 59(2), 32-40.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem-posing in school mathematics *technology in mathematics education* (pp.518–525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Tarín, J., & Tárraga, R. (2022). Tratamiento de los problemas verbales en los libros de texto de matemáticas. *Inventio*, 42 . Doi. 10.30973/inventio/2021.17.42/5
- Tertemiz, N. I., & Sulak, S. E. (2013). The examination of the fifth-grade students' problem posing abilities. *Elementary Education Online*, 12(3),713-729.
- Tichá, M., & Hošpesová, A. (2009). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in prospective teacher training. *In meeting of CERME* (Vol. 6, pp. 1941-1950).
- Van Harpen, X. Y., & Sriraman, B. (2012). Creativity and mathematical problem posing: An analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 201-221. Doi: 10.1007/s10649-012-9419-5.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad*. México: Trillas.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.
- Verschafel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. *ZDM*. 1-16.
- Vicente, S., & Orrantia, J. (2007). Resolución de problemas y comprensión situacional. *Cultura y Educación*, 19(1), 61-85.
- Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31 (4), 463-483.